
 PUNKTEVERTEILUNG:

Beispiel	1	2	3	4
Punkte	/ 5	/ 5	/ 6	/ 4

1. Gegeben sei eine Kurve

$$C = \left\{ \mathbf{r}(t) = \begin{pmatrix} 3 - 2t \\ t - 1 \end{pmatrix} : t \in [0, 1] \right\},$$

sowie das Vektorfeld

$$\mathbf{F}(x, y) = \begin{pmatrix} \cosh x + 2xe^y \\ x^2e^y - \sin y \end{pmatrix}.$$

- (a) Untersuchen Sie, ob \mathbf{F} ein Potential besitzt und bestimmen Sie das Potential Φ zum Vektorfeld \mathbf{F} .
- (b) Berechnen Sie

$$\int_C \mathbf{F} \, d\mathbf{r}.$$

2. Sei $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x, y, z) = 3xz^3 + 5xy,$$

und ein Bereich $B \subset \mathbb{R}^3$ begrenzt durch die Ebene

$$14x + 7y + 14z = 28,$$

für den weiters $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ gilt.

Schreiben Sie $\int_B f \, dV$ als iterierte Integrale in (x, y, z) an, ohne diese zu berechnen.

3. Gegeben ist für $x = x(t)$ die Bernoulli-Differentialgleichung

$$x' + 3tx = 3t^3x^3.$$

Berechnen Sie die allgemeine Lösung $x(t)$ der Differentialgleichung.

4. Gegeben sei die Differentialgleichung

$$2\ddot{y} - 12\dot{y} + 18y = 0.$$

- (a) Berechnen Sie das Fundamentalsystem $\{y_1, y_2\}$, sowie die Lösung der Differentialgleichung.
- (b) Lösen Sie das Anfangswertproblem mit den Anfangswerten

$$y(0) = \dot{y}(0) = 4.$$