

Gruppe A

PUNKTEVERTEILUNG:

Beispiel	1	2	3
Punkte	/5	/6	/9

1. Betrachten Sie für $y = y(x)$ die Differentialgleichung

$$y \cos(xy) + 8x + (x \cos(xy) - 3)y' = 0.$$

- (a) Begründen Sie, warum die Differentialgleichung exakt ist.
(b) Bestimmen Sie ein erstes Integral.

2. Gegeben sei die Differentialgleichung

$$tu_t = \frac{1}{1+x}u_x,$$

wobei $u = u(x, t)$. Zusätzlich ist die Randbedingung $u(0, t) = 5t^2 + 2t$ gegeben.

Verwenden Sie den Separationsansatz und berechnen Sie damit die Lösung der gegebenen Gleichung unter Berücksichtigung der Randbedingung.

3. Betrachten Sie für $y = y(t)$, $t \in \mathbb{R}^+$, die Differentialgleichung

$$t^3 \ddot{y} + 4t^2 \dot{y} - 4ty = 4.$$

- (a) Berechnen Sie die homogene Lösung y_h der Differentialgleichung mit Hilfe des Ansatzes

$$y(t) = t^\alpha.$$

- (b) Berechnen Sie eine Partikulärlösung y_p mit Hilfe der Variation der Konstanten und geben Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung an.
(c) Schreiben Sie die Differentialgleichung in ein System der Form

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}(t)$$

um.

Gruppe B

PUNKTEVERTEILUNG:

Beispiel	1	2	3
Punkte	/5	/6	/9

1. Betrachten Sie für $y = y(x)$ die Differentialgleichung

$$y \sin(xy) - 2 + (x \sin(xy) + 10)y' = 0.$$

- (a) Begründen Sie, warum die Differentialgleichung exakt ist.
(b) Bestimmen Sie ein erstes Integral.

2. Gegeben sei die Differentialgleichung

$$xu_x = (1 + t)u_t,$$

wobei $u = u(x, t)$. Zusätzlich ist die Randbedingung $u(x, 0) = 4x^3 + x^2$ gegeben.

Verwenden Sie den Separationsansatz und berechnen Sie damit die Lösung der gegebenen Gleichung unter Berücksichtigung der Randbedingung.

3. Betrachten Sie für $y = y(t)$, $t \in \mathbb{R}^+$, die Differentialgleichung

$$t^3 \ddot{y} + 3t^2 \dot{y} - 3ty = 3.$$

- (a) Berechnen Sie die homogene Lösung y_h der Differentialgleichung mit Hilfe des Ansatzes

$$y(t) = t^\alpha.$$

- (b) Berechnen Sie eine Partikulärlösung y_p mit Hilfe der Variation der Konstanten und geben Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung an.

- (c) Schreiben Sie die Differentialgleichung in ein System der Form

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}(t)$$

um.