

Kontinuierliche Systeme

Beispiel KS4

Gegeben:

Ebenes, schwingungsfähiges System laut Skizze in **Gleichgewichtslage**

Abmessungen laut Skizze: Länge l und a

Zweifeldriger, linear elastischer, massebehafteter Biegebalken (1): ρA und EI

Starre, homogene Kreisscheibe: Masse m und Radius a

Starrer Stab (3): masselos

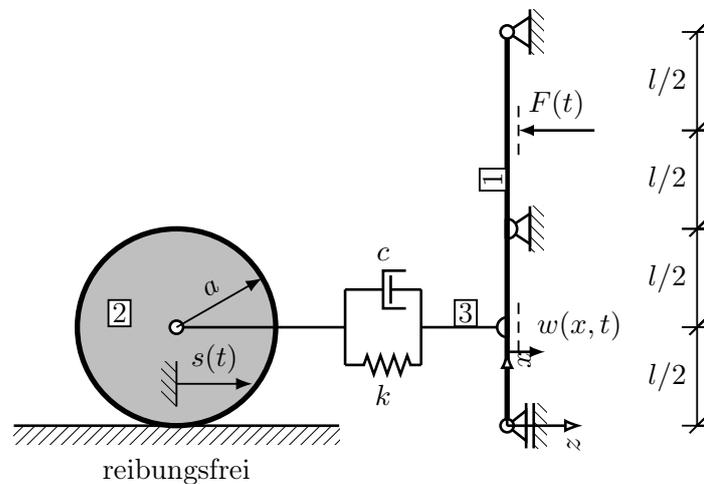
Linear elastische Feder mit Federsteifigkeit k

Geschwindigkeitsproportionaler, viskoser Dämpfer mit Dämpfungskonstante c

Kraftanregung $F(t)$

RITZsche Ansatzfunktion:

$$0 \leq x \leq 2l : \quad w(x, t) = q(t) \sin \frac{\pi x}{l}$$



Gesucht:

- 1) Anzahl der Freiheitsgrade
- 2) Bewegungsgleichung des diskretisierten Gesamtsystems für kleine Schwingungen um die statische Gleichgewichtslage in LAGRANEScher Form
 - a) kinetische Energie T
 - b) Potentielle Energie Π
 - c) Generalisierte Dämpfungskraft Q_c
- 3) Statische Auslenkung $w_{stat}(x = l/2) = q_{stat}$ zufolge $F = F_0$

T	Π	Q_q bzw. Q_s
$\frac{3m}{4} \dot{s}^2 + \frac{\rho A l}{2} \dot{q}^2$	$\frac{1}{2} k (q - s)^2 + \frac{\pi^4 E I}{2 l^3} q^2 - F q$	$-c (\dot{q} - \dot{s})$ bzw. $c (\dot{q} - \dot{s})$

Bewegungsgleichung	
$\begin{bmatrix} \rho A l & 0 \\ 0 & \frac{3m}{2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{s} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} c & -c \\ -c & c \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q} \\ \dot{s} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k + \frac{\pi^4 E I}{l^3} & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{pmatrix} q \\ s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F \\ 0 \end{pmatrix}$	

FG	q_{stat}
2	$\frac{F_0 l^3}{\pi^4 E I}$