

Seminar mit Seminararbeit
“Differentialgleichungen in der Biologie und Chemie”
für Bachelor-Studierende

Themen:

1. **Modellierung des Herzschlags**
Aufgabe: Modellierung mit gewöhnlichen Differentialgleichungen, Analysis des Phasendiagramms
Literatur: [1], Kapitel 6
2. **Belousov-Zhabotinskii-Reaktion**
Aufgabe: Beschreibung der Reaktionsgleichungen als System gewöhnlicher Differentialgleichungen und Stabilitätsanalyse
Literatur: [4], Kapitel 8
3. **Reaktions-Diffusionsgleichungen: Beispiele, Vergleichsprinzipien**
Aufgabe: Partielle Differentialgleichungen aus der Biologie und Chemie und Beweis von Vergleichsprinzipien für parabolische Gleichungen
Literatur: [5], Kapitel 2-3
4. **Reaktions-Diffusionsgleichungen: Analysis I**
Aufgabe: abstrakte lineare und semilineare Anfangswertprobleme in einem Hilbertraum, Beweis der Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen
Literatur: [5], Kapitel 4.1-4.4
5. **Reaktions-Diffusionsgleichungen: Analysis II**
Aufgabe: Beweis der Wohlgestelltheit von Reaktions-Diffusionsproblemen, Regularität der Lösungen, zeitlich globale Lösungen
Literatur: [5], Kapitel 4.5.-4.8
6. **Reaktions-Diffusionsgleichungen: stationäre Punkte und Stabilität**
Aufgabe: Stabilität dynamischer Systeme, Lyapunovfunktionen, Invarianzprinzip, lineare Stabilität
Literatur: [5], Kapitel 5
7. **Reaktions-Diffusionsgleichungen: invariante Mannigfaltigkeiten und wandernde Wellen**
Aufgabe: stabile Mannigfaltigkeiten, Zentrumsmannigfaltigkeit, Verzweigungen, wandernde Wellen
Literatur: [5], Kapitel 6
8. **Reaktions-Diffusionsgleichungen: Turing-Instabilität**
Aufgabe: Erklärung, Formulierung und Beweis der Turing-Instabilität, Anwendung auf das Schnakenberg-System für autokatalytische Reaktionen
Literatur: [2], Kapitel 5.3
9. **Modellierung des Wachstums avaskulärer Tumore**
Aufgabe: Modellierung des Wachstums radialsymmetrischer Tumore, Formulierung und

Lösung des freien Randwertproblems

Lösung: [1], Kapitel 15

10. Modellierung von Epidemien

Aufgabe: Formulierung des Kermack-McKendrick-Modells, Modell mit Inkubationszeit, räumliche Ausbreitung des Virus und diffusive Approximation

Literatur: [1], Kapitel 16

11. Diffusive Populationsmodelle

Aufgabe: Modellierung mit Reaktions-Diffusionsgleichungen, Stabilität, Modelle mit schwacher oder starker Konkurrenz

Literatur: [3], Kapitel 2-3

12. Populationsmodelle mit Kreuzdiffusion

Aufgabe: Populationsmodell von Shigesada, Kawasaki und Teramoto, Stabilität, globale Existenztheorie, Begriff der Entropie

Literatur: [3], Kapitel 4

Es wird erwartet, dass Sie sich neben den angegebenen Referenzen weitere Literatur besorgen, lesen und ggf. in Ihrem Vortrag einarbeiten. In der Regel müssen Sie die in der Literatur angegebenen Aussagen ausarbeiten bzw. die Beweise vervollständigen. Umfangreichere Rechnungen können Sie zusammenfassen und längere Beweise kürzen, um die Kernideen herauszustellen. Die schriftliche Ausarbeitung soll die ausführlichen Rechnungen enthalten.

Voraussetzungen: Gewöhnliche Differentialgleichungen, partielle Differentialgleichungen

Erfolgskriterien: regelmäßige Anwesenheit, gelungener Vortrag, schriftliche Ausarbeitung des Vortrags (ca. 10 Seiten)

Literatur

- [1] D. Jones, M. Plank und B. Sleeman. *Differential Equations and Mathematical Biology*. Chapman and Hall, 2010.
- [2] J. Jost. *Partial Differential Equations*. Springer, 2007.
- [3] A. Jüngel. Diffusive and nondiffusive population models. Erscheint in G. Naldi, L. Pareschi, and G. Toscani. *Mathematical Modeling of Collective Behavior in Socio-Economic and Life Sciences*, Birkhäuser, Basel, 2010. <http://www.jungel.at.vu>, Publications, Book chapters and reviews.
- [4] J. Murray. *Mathematik Biology I: An Introduction*. Dritte Auflage, Springer, 2008.
- [5] C. Schmeiser. *Reaktions-Diffusionsgleichungen*. Vorlesungsskriptum, Universität Wien, 2008. <http://homepage.univie.ac.at/christian.schmeiser/teaching1.htm>