

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!  
Arbeitszeit: 90 Minuten!

1. Gegeben seien

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} z \\ y \\ x \end{pmatrix}, \quad \mathbf{w} = \begin{pmatrix} xy \\ xy \\ 2 \end{pmatrix}.$$

- (a) Erklären Sie den Begriff der *linearen Unabhängigkeit* von Vektoren.  
An welchen Stellen  $(x, y, z)$  sind  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{v}$  und  $\mathbf{w}$  linear unabhängig?
- (b) Erklären Sie den Begriff des *Potentialfeldes* bzw. den einer *Potentialfunktion*.  
Zeigen Sie, dass  $\mathbf{w}$  kein Potentialfeld ist und bestimmen Sie eine Potentialfunktion für  $\mathbf{v}$ .
- (c) Bestimmen Sie den Wert des Kurvenintegrals über  $\mathbf{v}$  vom Punkt  $(1, 2, 1)$  nach  $(2, 1, 2)$  bezüglich einer Kurve Ihrer Wahl.

2. Gegeben sei die Matrix

$$C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -5 & -3 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die *allgemeine* Lösung von

$$\mathbf{y}'(t) = C\mathbf{y}(t).$$

3. Gegeben seien ein Drehkegel

$$K = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq z^2, 0 \leq z \leq 1\}$$

und das Vektorfeld

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} y \\ z \\ x \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestimmen Sie mit Hilfe eines Dreifachintegrals das Volumen von  $K$ .
  - (b) Bestimmen Sie das Kurvenintegral  $\int_C \mathbf{u} \, d\mathbf{x}$ , wobei  $C$  die Kurve bezeichnet, welche die Deckfläche von  $K$  berandet.
  - (c) Bestimmen Sie das Oberflächenintegral  $\iint_F \mathbf{u} \, d\mathbf{O}$ , wobei  $F$  die (und nur die) Mantelfläche von  $K$  bezeichnet.
4. (a) Formulieren Sie den Zentralen Grenzwertsatz.  
(b) Bestimmen Sie (näherungsweise) die Wahrscheinlichkeit bei 1000 Würfeln eines fairen Würfels mindestens (i) 170 Sechser (ii) 200 Sechser zu werfen.  
Hinweis:  $\sqrt{2} \approx 1,414$

Verteilungsfunktion  $\Phi(x)$  der Standard-Normalverteilung:

$x$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586
0,1	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535
0,2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0,3	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0,4	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0,5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72240
0,6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490
0,7	0,75804	0,76115	0,76424	0,76730	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230	0,78524
0,8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0,9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1,0	0,84134	0,84375	0,84614	0,84850	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1,1	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298
1,2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1,3	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91309	0,91466	0,91621	0,91774
1,4	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
1,5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1,6	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1,7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327
1,8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1,9	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615	0,97670
2,0	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,98030	0,98077	0,98124	0,98169
2,1	0,98214	0,98257	0,98300	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,98500	0,98537	0,98574
2,2	0,98610	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,98840	0,98870	0,98899
2,3	0,98928	0,98956	0,98983	0,99010	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158
2,4	0,99180	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361
2,5	0,99379	0,99396	0,99413	0,99430	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,99520
2,6	0,99534	0,99547	0,99560	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99897	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976