

**Schriftliche Prüfung aus Maß- und Wahrscheinlichkeitstheorie 2 - VO Doz. Grill**

23. Mai 2023

zweistündig ohne Unterlagen

1. (a) Definieren Sie: schwache Konvergenz, Verteilungskonvergenz, charakteristische Funktion  
(b) Ein Würfel hat auf einer Seite die Ziffer 1, auf zwei Seiten die Ziffer 2 und auf drei Seiten die Ziffer 3. Dieser Würfel wird 45 Mal geworfen. Bestimmen Sie näherungsweise die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe der gewürfelten Zahlen kleiner als 100 ist.
2. (a) Definieren Sie das Produkt von zwei sigmaendlichen Maßräumen.  
(b) Formulieren und beweisen Sie den Satz von Fubini für nichtnegative messbare Funktionen.
3. (a) Definieren Sie: signierte Maßfunktion, positive Menge, negative Menge, Hahn-Zerlegung, Jordan-Zerlegung, positive Variation, Totalvariation.  
(b)  $\mu$  sei eine sigmaadditive Funktion auf dem Ring  $\mathfrak{A}$  und nach oben beschränkt. Zeigen Sie, dass durch

$$\mu_+(A) = \sup\{\mu(B) : B \in \mathfrak{A}, B \subseteq A\}$$

eine endliche Maßfunktion auf  $\mathfrak{A}$  definiert wird.

4. (a) Definieren Sie: Moment, zentrales Momente, momentenerzeugende Funktion, kumulantenerzeugende Funktion.  
(b) Formulieren und beweisen Sie das Gesetz vom iterierten Logarithmus für standardnormalverteilte Zufallsvariable.

Die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung:

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	.500	.504	.508	.512	.516	.520	.524	.528	.532	.536
0.1	.540	.544	.548	.552	.556	.560	.564	.567	.571	.575
0.2	.579	.583	.587	.591	.595	.599	.603	.606	.610	.614
0.3	.618	.622	.626	.629	.633	.637	.641	.644	.648	.652
0.4	.655	.659	.663	.666	.670	.674	.677	.681	.684	.688
0.5	.691	.695	.698	.702	.705	.709	.712	.716	.719	.722
0.6	.726	.729	.732	.736	.739	.742	.745	.749	.752	.755
0.7	.758	.761	.764	.767	.770	.773	.776	.779	.782	.785
0.8	.788	.791	.794	.797	.800	.802	.805	.808	.811	.813
0.9	.816	.819	.821	.824	.826	.829	.831	.834	.836	.839
1.0	.841	.844	.846	.848	.851	.853	.855	.858	.860	.862
1.1	.864	.867	.869	.871	.873	.875	.877	.879	.881	.883
1.2	.885	.887	.889	.891	.893	.894	.896	.898	.900	.901
1.3	.903	.905	.907	.908	.910	.911	.913	.915	.916	.918
1.4	.919	.921	.922	.924	.925	.926	.928	.929	.931	.932
1.5	.933	.934	.936	.937	.938	.939	.941	.942	.943	.944
1.6	.945	.946	.947	.948	.949	.951	.952	.953	.954	.954
1.7	.955	.956	.957	.958	.959	.960	.961	.962	.962	.963
1.8	.964	.965	.966	.966	.967	.968	.969	.969	.970	.971
1.9	.971	.972	.973	.973	.974	.974	.975	.976	.976	.977
2.0	.977	.978	.978	.979	.979	.980	.980	.981	.981	.982
2.1	.982	.983	.983	.983	.984	.984	.985	.985	.985	.986
2.2	.986	.986	.987	.987	.987	.988	.988	.988	.989	.989
2.3	.989	.990	.990	.990	.990	.991	.991	.991	.991	.992
2.4	.992	.992	.992	.992	.993	.993	.993	.993	.993	.994
2.5	.994	.994	.994	.994	.994	.995	.995	.995	.995	.995
2.6	.995	.995	.996	.996	.996	.996	.996	.996	.996	.996
2.7	.997	.997	.997	.997	.997	.997	.997	.997	.997	.997
2.8	.997	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998
2.9	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.999	.999	.999