

Schriftliche Prüfung aus Maß- und Wahrscheinlichkeitstheorie 2 - VO Doz. Grill

7. Dezember 2022

zweistündig ohne Unterlagen

1. (a) Definieren Sie: schwache Konvergenz, Verteilungskonvergenz, charakteristische Funktion
(b) Formulieren und Beweisen Sie den zentralen Grenzwertsatz für unabhängige identisch verteilte Zufallsvariable.
2. X und Y sind unabhängig auf $[0, 1]$ gleichverteilt. Bestimmen Sie die gemeinsame Dichte von $S = X + Y$ und $D = X - Y$ und die Wahrscheinlichkeit $\mathbb{P}(S \leq 1/2, D \leq 1/2)$.
3. (a) Definieren Sie das Produkt von zwei sigmaendlichen Maßräumen.
(b) Die Astroide ist eine ebene Kurve mit der Gleichung

$$|x|^{2/3} + |y|^{2/3} = 1.$$

A sei ihr Inneres

$$A = \{(x, y) : |x|^{2/3} + |y|^{2/3} \leq 1\}.$$

Das Maß μ hat bezüglich des Lebesguemaßes die Dichte

$$f(x) = \frac{d\mu}{d\lambda}(x) = |x|.$$

Bestimmen Sie $\mu \times \mu(A)$.

4. (a) Definieren Sie: signierte Maßfunktion, positive Menge, Hahn-Zerlegung, Jordan-Zerlegung.
(b) Formulieren und beweisen Sie den Zerlegungssatz von Jordan.