Praktische Mathematik 1 für TPH **Nachklausur** 01.02.2022
Andreas Körner, et al.

1. Gegeben sei die Kurve
$$C = \left\{ \begin{pmatrix} -4+4t \\ 2+2t \end{pmatrix} : \, t \in [0,1] \right\},$$
sowie das Vektorfeld
$$\boldsymbol{F} = \begin{pmatrix} \sin y + 3x^2 \\ x\cos y + \mathrm{e}^y(y+1) \end{pmatrix}.$$
   (a) Untersuchen Sie, ob $\boldsymbol{F}$ ein Potential besitzt und bestimmen Sie gegebenenfalls das Potential $\Phi$.
   (b) Berechnen Sie $\int_C \boldsymbol{F} \mathrm{d}r$.

2. Betrachten Sie die inhomogene Differentialgleichung
$$\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + 2y(t) = 3\mathrm{e}^{-2t}.$$
Berechnen Sie die allgemeine Lösung $y = y(t)$.

3. Lösen Sie die Differentialgleichung mit Hilfe von Trennung der Variablen.
$$5\sqrt{1-y^2}\,\mathrm{d}x + 4y\sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}y = 0$$
Stellen Sie die Lösung als Funktion $y(x)$ dar.

4. Gegeben sei eine Funktion
$$P(X=x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ \frac{1}{12}, & x = 1 \\ \frac{1}{6}, & x = 2 \\ a, & x = 3 \\ \frac{5}{12}, & x = 4 \\ 0, & x \ge 5 \end{cases}.$$
   (a) Berechnen Sie $a$, sodass $P(X = x)$ eine Wahrscheinlichkeitsfunktion darstellt.
   (b) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion $F_X(x)$ und fertigen Sie eine Skizze an.
   (c) Gegeben seien zwei Mengen,
$$A = \{0 \le X \le 2\} \quad \text{und} \quad B = \{0 \le X \le 4\}.$$
   Berechnen Sie $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cup B)$, $P(A|B)$ sowie $P(B|A)$.