

Gruppe A

1. Gegeben sei eine Diffusionsgleichung für $u = u(x, t)$, in der Form

$$u_t = \frac{1}{4}u_{xx} + u.$$

Verwenden Sie den Separationsansatz, um die allgemeine Lösung dieser Gleichung zu berechnen.

2. Betrachten Sie für $y = y(t)$ die Differentialgleichung

$$t^2\ddot{y} + t\dot{y} - 4y = 0.$$

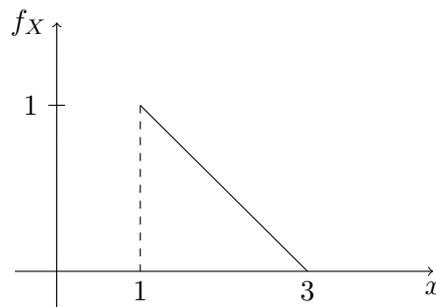
- (a) Zeigen Sie, dass $y = t^2$ eine Lösung der Differentialgleichung darstellt.
 (b) Berechnen Sie mit Variation der Konstanten eine zweite Lösung.

3. Betrachten Sie für $y = y(x)$ die Differentialgleichung

$$y \exp(xy) + 6x + (x \exp(xy) - 2)y' = 0.$$

- (a) Begründen Sie, warum die Differentialgleichung exakt ist.
 (b) Bestimmen Sie ein erstes Integral.

4. Betrachten Sie eine Zufallsvariable X mit folgender Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion.



- (a) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion F_X und fertigen Sie eine Skizze dieser an.
 (b) Zwei Ereignisse A, B sind definiert durch

$$A = \{0 \leq X < 2\} \quad \text{und} \quad B = \left\{ \frac{3}{2} < X \leq 4 \right\}.$$

Berechnen Sie $P(A)$, $P(B)$, $P(A|B)$, $P(B|A)$ und $P(A \cup B)$.

Gruppe B

1. Gegeben sei eine Diffusionsgleichung für $u = u(x, t)$, in der Form

$$u_t = \frac{1}{9}u_{xx} + 2u.$$

Verwenden Sie den Separationsansatz, um die allgemeine Lösung dieser Gleichung zu berechnen.

2. Betrachten Sie für $y = y(t)$ die Differentialgleichung

$$t^2\ddot{y} - t\dot{y} - 3y = 0.$$

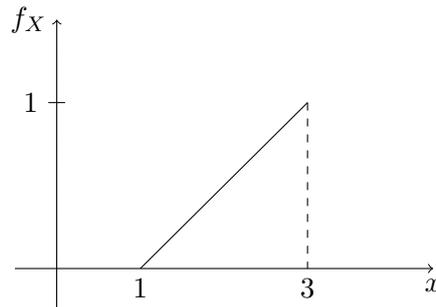
- (a) Zeigen Sie, dass $y = t^3$ eine Lösung der Differentialgleichung darstellt.
(b) Berechnen Sie mit Variation der Konstanten eine zweite Lösung.

3. Betrachten Sie für $y = y(x)$ die Differentialgleichung

$$y \exp(xy) - 2 + (x \exp(xy) + 6y)y' = 0.$$

- (a) Begründen Sie, warum die Differentialgleichung exakt ist.
(b) Bestimmen Sie ein erstes Integral.

4. Betrachten Sie eine Zufallsvariable X mit folgender Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion.



- (a) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion F_X und fertigen Sie eine Skizze dieser an.
(b) Zwei Ereignisse A, B sind definiert durch

$$A = \{0 \leq X < 2\} \quad \text{und} \quad B = \left\{ \frac{3}{2} < X \leq 4 \right\}.$$

Berechnen Sie $P(A)$, $P(B)$, $P(A|B)$, $P(B|A)$ und $P(A \cup B)$.

Gruppe C

1. Gegeben sei eine Diffusionsgleichung für $u = u(x, t)$, in der Form

$$u_t = \frac{1}{9}u_{xx} + 2u.$$

Verwenden Sie den Separationsansatz, um die allgemeine Lösung dieser Gleichung zu berechnen.

2. Betrachten Sie für $y = y(t)$ die Differentialgleichung

$$t^2\ddot{y} - t\dot{y} - 3y = 0.$$

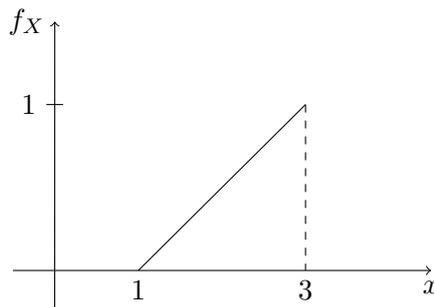
- (a) Zeigen Sie, dass $y = t^3$ eine Lösung der Differentialgleichung darstellt.
(b) Berechnen Sie mit Variation der Konstanten eine zweite Lösung.

3. Betrachten Sie für $y = y(x)$ die Differentialgleichung

$$y \exp(xy) + 6x + (x \exp(xy) - 2)y' = 0.$$

- (a) Begründen Sie, warum die Differentialgleichung exakt ist.
(b) Bestimmen Sie ein erstes Integral.

4. Betrachten Sie eine Zufallsvariable X mit folgender Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion.



- (a) Berechnen Sie die zugehörige Verteilungsfunktion F_X und fertigen Sie eine Skizze dieser an.
(b) Zwei Ereignisse A, B sind definiert durch

$$A = \{0 \leq X < 2\} \quad \text{und} \quad B = \left\{ \frac{3}{2} < X \leq 4 \right\}.$$

Berechnen Sie $P(A)$, $P(B)$, $P(A|B)$, $P(B|A)$ und $P(A \cup B)$.