1. Gegeben sei für $x = x(t)$ die Eulersche Differentialgleichung

$$t^2 x'' - 10tx' + 28x = 4.$$

   (a) Berechnen Sie zunächst das Fundamentalsystem $\{x_1(t), x_2(t)\}$.

   (b) Berechnen Sie eine Partikulärlösung x_p der inhomogenen Differentialgleichung.

   (c) Geben Sie nun die Lösung x der Differentialgleichung zu den Anfangsbedingungen $x(1) = 0$, $x'(1) = 0$ an.

2. Gegeben sei für $x = x(t)$ die folgende Differentialgleichung

$$3x + 2\mathrm{e}^{2t} + (3t + 2\cos(2x))\dot{x} = 0,$$

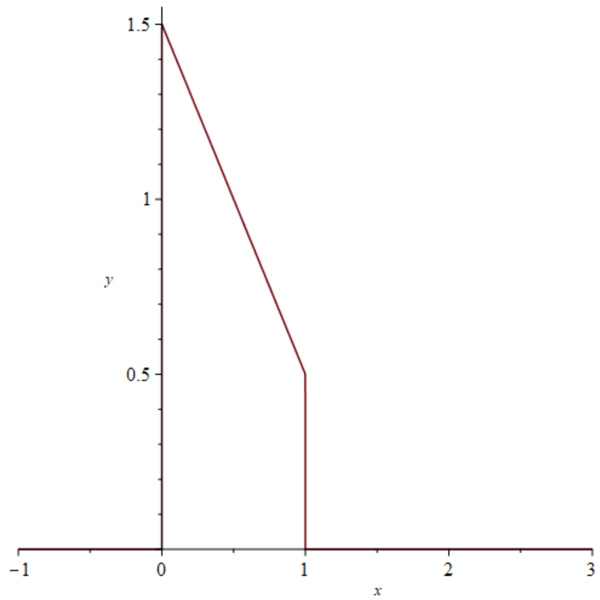
   (a) Überprüfen Sie, ob es sich dabei um eine exakte Differentialgleichung handelt und bestimmen Sie gegebenenfalls ein erstes Integral $\Phi(x, t)$.

   (b) Gegeben sei für $u = u(x, t)$ die folgende partielle Differentialgleichung

$$xu_x = 2u_t.$$

   Lösen Sie die Gleichung mit der Anfangsbedingung $u(x, 0) = 3x^3 + 3x$ unter Verwendung des Separationsansatz.

3. Sei X eine kontinuierliche Zufallsvariable mit Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f_X(x)$, gegeben durch die Skizze



(a) Zeigen Sie, dass $f_X(x)$ die Eigenschaften einer Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion erfült und bestimmen Sie die zu $f_X(x)$ gehörige Verteilungsfunktion $F_x(x)$.

(b) Gegeben seien die Ereignisse $A = \{0 \leq X \leq \frac{1}{3}\}$ und $B = \{\frac{1}{9} \leq X \leq 1\}$. Berechnen Sie $P(A)$ und $P(b)$.

(c) Berechnen Sie für die Ereignisse A und B aus (b) die bedingte Wahrscheinlichkeit $P(A|B)$.

(d) Berechnen Sie für die Ereignisse A und B die Wahrscheinlichkeit $P(A \cup B)$.