

Technische Universität München

PHYSIK DEPARTMENT

Lehrstuhl E18

# Quantenzustände im Gravitationsfeld der Erde

*Diplomarbeit*

*von*

Tobias Lins

12. Januar 2011



**Quantenzustände im Gravitationsfeld der Erde:** Im Gravitationsfeld der Erde nehmen ultrakalte Neutronen bei der Reflexionen an einem Neutronenspiegel gebundene quantenmechanische Zustände ein. In dieser Diplomarbeit wurde das Experiment *qBounce* weiterentwickelt, das die erste Realisierung des *Quantum Bouncing Balls* mit ultrakalten Neutronen gezeigt hat, indem es die Zeitentwicklung der kohärenten Superposition der Zustände gemessen hat. Dieses Experiment wird zu einer spektroskopischen Methode erweitert, die quantenmechanische Übergänge zwischen Gravitationszuständen mechanisch anregen und die dazugehörigen Energien messen kann.

Es wurde ein System entwickelt, mit dem es möglich ist, während der Messung Positionänderungen des Experimentes mit einer Genauigkeit von wenigen 100 nm berührungslos an verschiedenen Orten zu bestimmen. Dazu wurde ein Aufbau gefertigt, der die Strahlführung eines dreistrahligen Interferometers vornimmt. Dadurch kann die mechanische Schwingung eines Spiegels gemessen werden, der zur Anregung der Übergänge verwendet wird. In der Experimentierzeit 3-14-283 wurde das System am Instrument PF2 UCN der europäischen Neutronenquelle Institut Laue-Langevin (ILL) in Grenoble (Frankreich) erfolgreich eingesetzt. Diese Messungen haben wesentlich zur Kontrolle des Experimentes beigetragen. Außerdem wurde eine Komponente getestet, mit der homogen sehr starke mechanische Schwingungen auf einen Glasspiegel übertragen werden konnten.

**Quantum states in the gravitational field of the earth:** Ultra-cold neutrons reflected on a neutron mirror may form bound quantum states in the earth's gravitational field. The *qBounce* experiment demonstrated the first realisation of a so called *Quantum Bouncing Ball* with ultra-cold neutrons by measuring the time evolution of coherent superposition of these states. This experiment was extended to a spectroscopic method by inducing mechanical transitions between these gravitational states and measuring the associated energy differences.

In this diploma thesis, a system was developed which allows a position-dependant and contact-free determination of misalignments of the neutron mirror setup with a height resolution on the level of a few 100nm. The developed system guides and positions the three beams of a laser interferometer. Furthermore, it allows the measurement of the induced mechanical vibrations of the neutron mirror setup and provides a convenient way to control systematic effects. In addition, a further component was tested that allows strong, homogeneous vibrations of the whole neutron mirror surface. The developed system was successfully in operation during the beam time 3-14-283 at the PF2/UCN beam line at the European neutron source Institute Laue-Langevin in Grenoble (France).



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>7</b>
<b>2</b>	<b>Spektroskopieverfahren</b>	<b>11</b>
2.1	Magnetische Resonanzspektroskopie . . . . .	12
2.2	Molekülstrahlresonanzspektroskopie . . . . .	12
2.3	Methode separierter oszillierender Felder . . . . .	14
<b>3</b>	<b>Gravitationsresonanzspektroskopie mit ultrakalten Neutronen</b>	<b>17</b>
3.1	UCN im Gravitationsfeld der Erde . . . . .	17
3.2	Erste Gravitationsexperimente mit UCN . . . . .	22
3.3	Überblick . . . . .	24
3.4	Untersuchung von Gravitationszuständen durch Rabi-Spektroskopie . .	27
<b>4</b>	<b>Abstands- und Vibrationsmesssystem</b>	<b>31</b>
4.1	Überblick . . . . .	32
4.2	Aufbau und Funktionsweise . . . . .	33
4.3	Systematik . . . . .	40
4.3.1	Strahlablenkung im Pentaprisma . . . . .	40
4.3.2	Anforderungen an die Strahlrückführung . . . . .	49
4.3.3	Positioniergenauigkeit der Lineartische . . . . .	54
4.3.4	Äußere Einflüsse . . . . .	56
<b>5</b>	<b>Vibrationsmessung und Analyse</b>	<b>61</b>
5.1	Steuerprogramm der Tischvibration . . . . .	63
5.2	Vibrationen und Phasen . . . . .	66
5.3	Vibrationsfähigkeit des Mikropositioniertisch . . . . .	70
5.4	Ortsabhängige Vibrationsmessung . . . . .	74
<b>6</b>	<b>Schlussbemerkung</b>	<b>79</b>
<b>A</b>	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>83</b>



# Kapitel 1

## Einleitung

Mit dem Standardmodell der Physik lassen sich fast alle Phänomene, die Elementarteilchen betreffen, erklären. Diese Theorie kann von der Zusammensetzung der kleinsten Elementarteilchen bis hin zur Reaktion, die die Sonne mit Energie versorgt, sehr gut Prozesse der Teilchenphysik erklären. Obwohl das Modell drei der vier Fundamentalwechselwirkungen beschreibt, ist es bis heute noch nicht gelungen, die Gravitation damit in Einklang zu bringen. Die fundamentalen Energien, auf deren Niveau die Wechselwirkungen stattfinden, sind durch die elektroschwache Skala  $10^3$  GeV und die Planckskala  $10^{19}$  GeV gegeben [Ark98]. Im Gegensatz zur elektroschwachen Kraft, die bis zur ihrer typischen Skala getestet wurde, wurde die Gravitation noch nicht in der Region der Planckskala getestet. Diese entspricht einer typischen Länge von  $10^{-35}$  m, wobei hingegen Experimente die Gravitation nur im den Bereich von wenigen Zentimetern bis hin zu astronomischen Längen untersuchen konnten. Eine Abweichung von Newtons Gravitationsgesetz, betrachtet auf kleinen Längenskalen, würde die Planckskala in Richtung der elektroschwachen Skala verschieben, wodurch eine Vereinheitlichung aller vier Fundamentalkräfte wahrscheinlicher wird. Ein möglicher Ansatz für eine Abweichung der Gravitation von der bekannten Gesetzmäßigkeit könnten Extradimensionen im  $\mu\text{m}$ -Bereich [Ark99] oder Axionen [Wes07b], die mögliche Kandidaten für die dunkle Materie sind, sein. Diese zusätzlichen Dimensionen könnten zum Verständnis der kosmologischen Konstante [Cal05] beitragen.

In dieser Diplomarbeit wird ein Experiment vorgestellt und weiterentwickelt, das die Erdanziehungskraft auf dieser Längenskala misst. Da bei kurzen Abständen die Gravitation viel schwächer als die elektromagnetische Kraft ist, muss ein Testkörper gewählt werden, der diesen speziellen Anforderungen genügt. Im Vergleich zu Atomen und Molekülen scheinen Neutronen nahezu ideal für diese Anwendung zu sein, da aufgrund ihrer verschwindend geringen Ladung [Bau88] und elektrischen Polarisierbarkeit [pdg08] elektrische Felder keinen Einfluss auf sie haben. Die Auswirkungen von Magnetfeldern, die an das magnetische Moment des Neutrons koppeln, können hingegen abgeschirmt werden. Typischerweise liegen die relevanten Abstände des Experimentes im Bereich weniger  $10\ \mu\text{m}$ , wodurch hier die Gravitation die stärkste Kraft ist.

Das hier vorgestellte Experiment betrachtet das Gravitationspotential der Erde aus einer quantenmechanischen Sichtweise und stellt einen Test der Quantenmechanik an sich dar. Im Vergleich zu den Anfängen dieses Experiment wird es auf ein spektroskopisches Verfahren erweitert, da damit die Genauigkeit der Messungen deutlich gesteigert werden kann. Die Lösung der Schrödingergleichung führt zu gebundenen Zuständen, deren

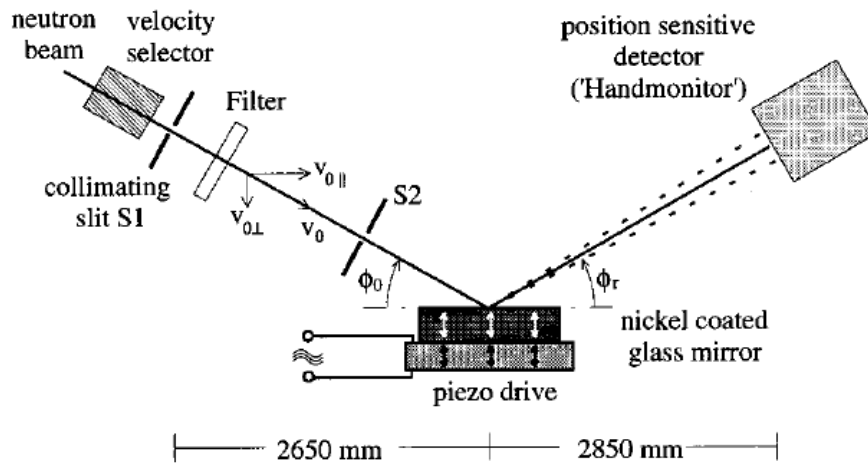


Abbildung 1.1: Versuchsaufbau von J. Felber et al. [Fel96]: Kalte Neutronen werden an einem vibrieren Neutronenspiegel reflektiert und tauschen je nach Vibrationsstärke wenige bis viele Phononen aus. Aus der örtlichen Verteilung am Detektor kann das Energiespektrum bestimmt werden.

Energieeigenwerte im Bereich weniger peV liegen. Da die Energieniveaus nicht äquidistant sind, können zwei Zustände ausgesucht und Übergänge zwischen diesen beiden in erster Näherung durch ein Zwei-Zustands-System beschrieben werden. Über mechanische Vibrationen wird extern der Übergang zwischen zwei Zuständen angeregt und die Eigenschaften in Abhängigkeit der Systemparameter gemessen. Aus der Schwingungsfrequenz, bei der ein Effekt beobachtet wird, kann dann über  $\hbar\omega = \Delta E$  die Energiedifferenz zweier Zustände bestimmt werden. Der Vergleich zwischen gemessenen und berechneten Werten stellt hier eine Möglichkeit dar, die Quantenmechanik zu testen. Zusätzlich ist es möglich, das Äquivalenzprinzip zu überprüfen [Kaj10].

Mit einem vergleichbaren Ansatz wurde ein Experiment durchgeführt, das den Übergang von dem Bereich, in dem Materiewellen sich quantenmechanisch verhalten, zu dem Bereich, in dem ein klassisches Verhalten gegeben ist, untersucht [Fel96]. Abbildung 1.1 zeigt den dazugehörigen Experimentaufbau. Es wird hier die Ablenkung eines kalten monochromatischen Neutronenstrahles gemessen, der unter streifenden Einfall an einem Nickel beschichteten Glasspiegel reflektiert wird, der durch eine Piezokermaik in Vibration versetzt wird. Das gemessene Spektrum gibt dabei Aufschluss, wie viele Phononen bei der Reflexion ausgetauscht wurden. In Abhängigkeit von Experimentparametern wie die Schwingungsamplitude und -frequenz werden nur wenige oder viele Phononen ausgetauscht. Dadurch kann der Übergang vom quantenmechanischen (wenige Phononen) zum klassischen Verhalten (viele Phononen) untersucht werden. Auch das in dieser Diplomarbeit vorgestellte Experiment basiert auf der Kombination der quantenmechanischen Beschreibung von Neutronen und einem vibrierenden Spiegelsystem, dessen Dynamik klassisch behandelt wird. Der Unterschied zu dem Experiment von J. Felber besteht darin, dass durch die Verwendung von ultrakalten Neutronen ein kompletter anderer Energiebereich untersucht wird.



---

Kapitel 3 widmet sich ausführlich der theoretischen Beschreibung des Experimentes und gibt einen kurzen Überblick über die bisherigen Erfolge der Vorgängerexperimente. Hier wird auch die derzeitige Realisierung des Experimentes vorgestellt und exemplarisch für einen möglichen Aufbau das spektroskopische Verfahren erläutert, das in diesem Experiment angewandt wird.

Die technisch sehr anspruchsvolle und präzise Einstellung der Systemparameter erfordern eine genaue Kenntnis dieser. Hauptteil dieser Diplomarbeit war es, ein System zu entwickeln, das einige dieser Parameter kontrolliert und misst. Mit diesem ist es möglich, Positionen auf unter einem Mikrometer genau zu bestimmen und mechanische Vibrationen zu ermitteln. Der Vorteil dieses Systems ist es, dass es dynamisch und berührungslos das Experiment vermessen kann, sodass die eigentliche Messung des Experimentes nicht beeinflusst wird. Kapitel 4 zeigt einen Überblick des entwickelten Systems und erläutert dessen Einsatzmöglichkeiten. Des Weiteren wird intensiv auf die Systematik eingegangen, da eine hohe Präzision nur gewährleistet ist, wenn der Einfluss aller störender Effekte genau verstanden ist.

Zuletzt wird ein Steuerprogramm in Kapitel 5 vorgestellt, das während einer 50 Tage langen Experimentierzeit am Institut Laue-Langevin im Herbst 2010 einen Teil des Experimentes kontrolliert hat. Das gesamte System hat in dieser Zeit stabil betrieben werden können, ohne dass eine zwischenzeitliche Neujustage erforderlich war. Die Funktionsweise des Systems wird an einem Beispiel erläutert und die daraus gewonnenen Daten anschaulich erklärt. Zuletzt wird eine kleine Auswahl an Messungen dargelegt und diskutiert.



# Kapitel 2

## Spektroskopieverfahren

In vielen Fachrichtungen heutiger Wissenschaft sind spektroskopische Methoden sehr verbreitet, um die Eigenschaften physikalischer Prozesse und Gegebenheiten zu ergründen. In dieser Diplomarbeit wird ein neues spektroskopisches Verfahren vorgestellt, das Energien über Frequenzmessungen bestimmt. Der Vorteil dieser Methode ist, dass Frequenzen durch die Messung der Zeit sehr genau ermittelt werden können. In diesem Kapitel werden einige spektroskopische Methoden und ihre Anwendungsmöglichkeiten aufgezeigt, auf denen zum Teil die neue Methode beruht.

Das Wort Spectrum leitet sich von dem lateinischen Wort *spectrum* ab und bedeutet *Bild*. 1814 hat J. Fraunhofer sein erstes Spektroskop entwickelt und damit das elektromagnetische Emissionsspektrum der Sonne aufgenommen. Dieses Spektrometer nutzte die Dispersion von Licht in einem optischen Medium und spaltete somit das Wellenlängenspektrum der Sonne räumlich auf [Jen01]. Das kontinuierliche Spektrum enthielt deutliche dunkle Linien, die J. Fraunhofer damals nicht erklären konnte. Erst G. Kirchhoff und R. Bunsen gelang es, diese Linien durch ihre Versuche zu Emissions- und Absorptionsspektren von chemischen Elementen zu deuten, indem sie nachweisen konnten, dass eine helle Lichtquelle mit einem kontinuierlichem Spektrum das Emissionsspektrum eines charakteristischen Elementes invertiert [Kir60]. Auf diese Weise konnte die Zusammensetzung der äußeren Sonnenschicht durch das Wellenlängenspektrum der Sonne, das J. Fraunhofer aufgenommen hatte, bestimmt werden.

Die ersten Experimente von Fraunhofer, Kirchhoff und Bunsen fanden sehr schnell Anwendung in der chemischen Analytik und in der Astronomie. Anfänglich beschränkte sich die Methodik nur auf den sichtbaren Anteil des elektromagnetischen Spektrums. Es wurde jedoch bald deutlich, dass es möglich ist, Energieniveaus vieler Prozesse zu untersuchen. Aus der charakteristischen Wellenlänge, die von einem Stoff absorbiert oder emittiert wird, kann die Energie des darauf beruhenden Prozesses zu

$$E = \hbar\omega = \frac{hc}{\lambda} \approx \frac{1.24 \text{ eV}}{\lambda [\mu\text{m}]}$$

bestimmt werden. Werden so z.B. Moleküle mit infraroter Strahlung angeregt, können aus dem Absorptionsspektrum Rückschlüsse auf Rotations- und Vibrationszustände dieser Moleküle geschlossen werden. Die Schalenstruktur der Elektronenhülle von Atomen kann bestimmt werden, indem Spektroskopie im sichtbaren Bereich des elektromagnetischen Spektrums oder mit Röntgenstrahlen angewandt wird [Skr08]. Dies hat wesentlich zum Verständnis über den Aufbau der Atome beigetragen. Eine Weiterentwicklung dieser Spektroskopiemethode ist die Fourierspektroskopie, die ebenfalls zur Messung von Absorptions- oder Emissionsspektren herangezogen werden kann [Dem05].

Neben der elektromagnetischen Strahlung können auch andere physikalische Zusammenhänge ergründet werden. Durch die elastische bzw. inelastische Streuung von Elektronen an Atomen bzw. Molekülen kann aus der Richtung und der Energie des gestreuten Elektrons auf die Form der Orbitale geschlossen werden [Dem05]. Alternativ kann ein Molekül oder Festkörper mit kurzwelliger Strahlung angeregt werden. Wird bei der Absorption des Photons ein Elektron emittiert, so kann durch die Messung der Energieverteilung der Photoelektronen Rückschlüsse auf angeregte Zustände gewonnen werden. Bei Festkörpern kann mit dieser Methode die Zustandsverteilung der Elektronen bestimmt werden, welche wesentlich zum Verständnis der Eigenschaften von Festkörpern beiträgt.

## 2.1 Magnetische Resonanzspektroskopie

Alternativ zur Anregung von Atomen, können über magnetische Felder Atomkerne angeregt werden. In einem äußeren Magnetfeld  $B_0$  richten sich die Kernspins nach dem Feld aus. Wird nun ein schwaches transversales, oszillierendes Feld  $B_1$  angelegt, bildet sich ein Winkel zwischen der Richtung des  $B_0$ -Feldes und des Kernspins, wenn die Frequenz

$$\omega_L = \gamma B_0$$

entspricht, wobei hier  $\gamma$  das gyromagnetische Verhältnis ist [Fie08]. Im Ruhesystem des Atomkerns entspricht das rotierende Feld einem konstanten Feld, wodurch der Kernspin diesem Feld folgt. Dadurch kann erreicht werden, dass nach einer gewissen Zeit der Kernspin in die Ebene gekippt wird, die senkrecht zu dem Führungsfeld  $B_0$  steht. Wird nun  $B_1$  abgeschaltet präzediert der Kernspin um  $B_0$  mit der Larmorfrequenz  $\omega_L$ . Über eine Empfangsspule kann durch Induktion diese Präzession gemessen werden. Falls die Frequenz des oszillierenden Feldes von der Larmorfrequenz abweicht, bleibt der Kernspin parallel zu  $B_0$  und es findet auch keine Präzession statt. Das Signal in der Empfangsspule verschwindet dann auch. Mit dieser Methode können durch Variation der Frequenz die Larmorfrequenz und somit auch das gyromagnetische Verhältnis bestimmt werden.

Sind diese Verhältnisse bekannt, kann aus der Stärke des Signals die Häufigkeit der Atomkerne in einem Objekt ermittelt werden. Eine breite Anwendung hat diese Methode in der bildgebenden Diagnostik gefunden. Das gyromagnetische Verhältnis von Wasserstoff ist z.B. deutlich verschieden von dem des Kohlenstoffes. Organisches Gewebe besteht zu einem großen Teil aus diesen beiden Elementen. Durch die Messung der relativen Häufigkeiten kann also auf die Art des Gewebes rückgeschlossen werden. Neben der Medizin findet die Kernresonanzspektroskopie auch Anwendung in der chemischen Analyse und Festkörperphysik. Aufgrund des sehr hohen Auflösungsvermögens  $\frac{\omega}{\Delta\omega}$  können selbst komplizierte Moleküle und Kristallgitter untersucht werden. Auch in dem aufkommenden Fachbereich der Quanteninformatik werden Techniken eingesetzt, die ursprünglich für die Kernresonanzspektroskopie entwickelt wurden [Van05].

## 2.2 Molekülstrahlresonanzspektroskopie

Die Kernresonanzspektroskopie gründen im Wesentlichen auf den Versuchen mit Molekülstrahlen. 1939 ist es I. Rabi gelungen mit der später nach ihm benannten Methode

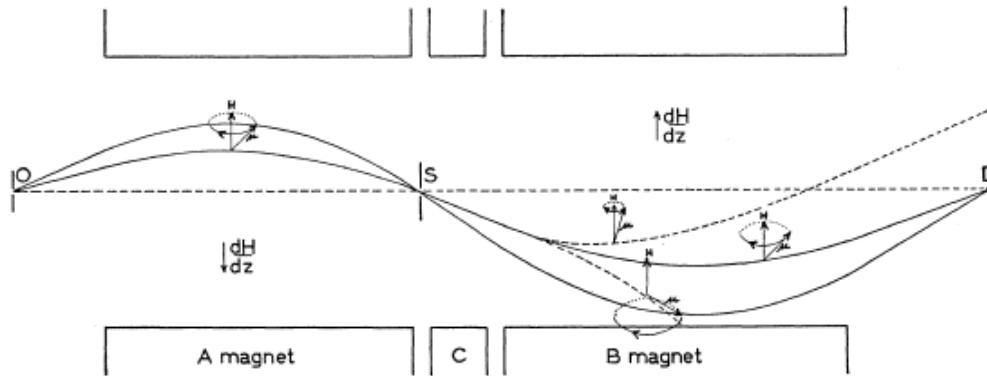


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung der Funktionsweise der Rabi-Spektroskopie mit Molekülstrahlen [Rab39]

das magnetische Moment von Lithium- und Fluorkernen zu untersuchen [Rab39]. Dieses Verfahren bildet die Grundlage der in Kapitel 3 vorgestellten Methode und wird deshalb hier näher erläutert.

In Abbildung 2.1 sind drei Bereiche dargestellt, die durch die Abmessungen der Magnete A, B und C definiert sind. O markiert die Quelle der Moleküle, S eine Blende für die Strahlkollimation und D einen Detektor. Im ersten Bereich erzeugt Magnet A ein inhomogenes Magnetfeld, das die Moleküle in die Richtung des Feldgradienten  $\frac{dH}{dz}$  ablenkt, wenn die Moleküle ein magnetisches Moment  $\mu$  besitzen, das positiv ist. Magnet B erzeugt ebenfalls ein inhomogenes Magnetfeld, das die gleiche Stärke besitzt wie das von A erzeugte Feld, aber antiparallel zu diesem ist. Dadurch werden die Moleküle in die entgegengesetzte Richtung beschleunigt und treten in den Detektor ein. Im mittleren Teil dieses Experimentes generiert Magnet C ein homogenes Magnetfeld  $H_0$  und es wird zusätzlich ein schwaches, oszillierendes Feld  $H_1$  erzeugt. In dieser Region präzediert der Kernspin  $J$  des Moleküls mit der Larmorfrequenz

$$\omega_L = \frac{\mu H_0}{J \hbar}.$$

Wird das oszillierende Feld  $H_1$  mit der Larmorfrequenz betrieben, ist es möglich, dass sich die Orientierung des magnetischen Momentes umkehrt. In diesem Fall wird der Molekülstrahl im Bereich des Magneten B in die gleiche Richtung wie im Bereich A abgelenkt. Dadurch erreichen die Moleküle den Detektor nicht mehr und die gemessene Intensität verringert sich. Auf diese Weise kann die Larmorfrequenz über das Minimum der gemessenen Intensität bestimmt werden. Über diese lässt sich schließlich das magnetische Moment bestimmen.

Mit dieser Methode ist es kurz darauf gelungen, das magnetische Moment des Protons und des Deuterons zu messen [Kel39]. Es lassen sich damit aber nicht nur magnetische Momente bestimmen, sondern allgemein physikalische Größen, die durch ein externes Feld eine Energieverschiebung  $\Delta E$  des quantenmechanischen Systems generieren. Die Larmorfrequenz ändert sich dadurch zu

$$\omega_L = \frac{\mu H_0 + \Delta E}{\hbar}$$

ab. Eine erfolgreiche Anwendung dieser Technik ist die Messung des elektrischen Quadrupolmoments des Deuterons [Kel40].

Das Auflösungsvermögen  $\frac{\omega}{\Delta\omega}$  des Spektrometers bestimmt die kleinstmöglich untersuchbaren Energieverschiebung

$$\Delta E_{min} = \frac{\Delta\omega}{\omega} \mu H_0.$$

Ob eine physikalische Größe gemessen werden kann, hängt dadurch vom Energieniveau des quantenmechanischen Systems  $\mu H_0$  ab.

In Kapitel 3 wird geschildert, wie die von I. Rabi entwickelte Spektroskopiemethode auf ein quantenmechanisches System übertragen werden kann, das nicht durch Magnetfelder bestimmt ist, sondern durch die Gravitationskraft. Der Unterschied dazu ist, dass das Energieniveau, das durch die Gravitation erzeugt wird, viel kleiner ist. Dadurch wird es möglich, nach physikalischen Effekten zu suchen, die im  $peV$ -Bereich und darunter liegen.

## 2.3 Methode separierter oszillierender Felder

N. Ramsey hat I. Rabi's Methode erweitert, indem er ein zweites oszillierendes Feld verwendet. Zukünftige Planung ist es, dass auch das *qBounce* Experiment zu einem Spektrometer ausgebaut wird, das analog zu dem von N. Ramsey funktioniert und auch dessen Vorteile übernimmt [Abe10].

Abbildung 2.2 zeigt schematisch den Aufbau der Methode von N. Ramsey. Neutronen, die von links in das Experiment eintreten, werden in einem polarisierenden Magneten in Abhängigkeit ihres Spins absorbiert. Nach diesem Polarisator sind näherungsweise nur noch Neutronen vorhanden, deren Spin parallel zum Magnetfeld in Bereich B ist. Innerhalb von B herrscht ein homogenes Magnetfeld, das den Neutronenspin um das Magnetfeld mit der Larmorfrequenz  $\omega_L$  präzedieren lässt. Am Anfang und am Ende dieses Bereichs ist jeweils eine Magnetspule, die ein schwaches, oszillierendes Feld generiert. Beide Spulen werden durch dieselbe Hochfrequenzquelle betrieben, so dass die Magnetfelder kohärent oszillieren.

Wie bei I. Rabi's Methode wird die Richtung des Neutronenspins gekippt. Im Unterschied dazu wird der Spin hier um  $\frac{\pi}{2}$  gedreht, so dass er in der Ebene liegt, die senkrecht zum Magnetfeld steht. In der Strecke zwischen den oszillierenden Feldern kann der Neutronenspin für die Durchflugszeit  $T$  frei präzedieren und es baut sich eine Phasendifferenz  $\Delta\phi = (\omega - \omega_L) T$  zwischen der angelegten Frequenz  $\omega$  und der Larmorfrequenz  $\omega_L$  auf. Im zweiten oszillierenden Feld wird der Spin wieder gekippt. In Abhängigkeit der akkumulierten Phasendifferenz ergibt sich die Richtung des Neutronenspins zu  $-\text{Cos}[\Delta\phi]$ . Ein weiterer polarisierender Magnet analysiert die Richtung des Neutronenspins, indem er Neutronen absorbiert, deren Spin antiparallel zum Magnetfeld des Bereiches B absorbiert. Anschließend werden die Neutronen im Detektor gezählt. Vorteil dieser Methode ist, dass kleine Frequenzunterschiede sich über die Flugzeit  $T$  in eine große Phasendifferenz transformieren lassen und diese letztendlich durch die Zählrate im Detektor gemessen wird.

N. Ramsey's Methode separierter oszillierender Felder erlaubt es also, sehr genau Frequenzen zu messen. Als praktische Anwendung sind die Atomuhren hervorgegangen.

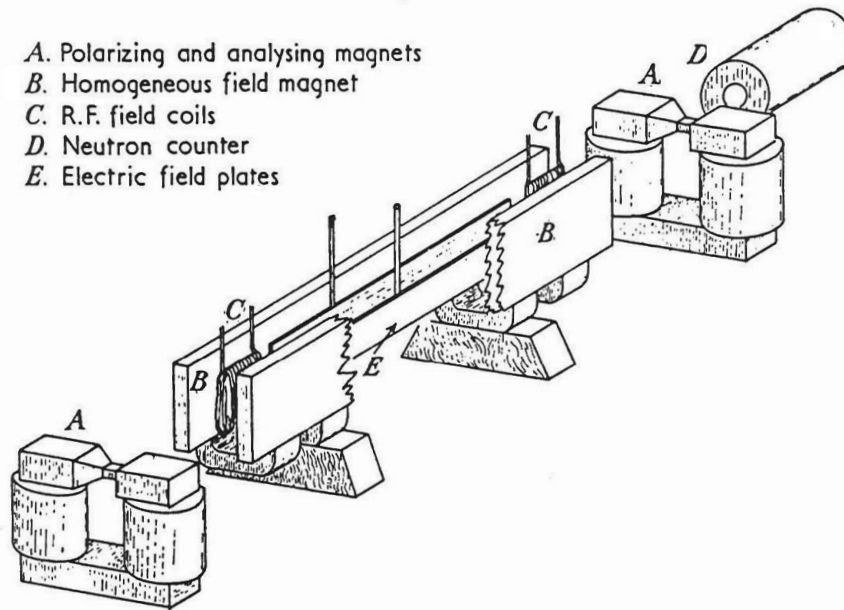


Abbildung 2.2: N. Ramsey's Methode separierter oszillierender Felder: Der von links kommende Neutronenstrahl wird bei A polarisiert. Im Bereich B befindet sich ein homogenes Magnetfeld, in dem die Neutronenspins präzedieren. Oszillierende Felder (bei C) kippen den Spin jeweils um  $\frac{\pi}{2}$ . Bevor die Neutronen im Detektor gezählt werden, werden sie bei A (rechts) anhand ihres Spins analysiert [Ram85].

Die hohe Genauigkeit und Stabilität von Cäsium-Uhren haben dazu geführt, dass die Definition der Sekunde als Maß für die Zeit von der Rotation der Erde um die Sonne auf die Rotation der Cäsiumatome geändert wurde [Ram90].

N. Ramsey's Methode wird oft benutzt, um Experimente mit sehr hoher Genauigkeit durchzuführen. So wurde auch in leicht abgeänderter Form eine obere Grenze des elektrischen Dipolelements des Neutrons  $d_N$  bestimmt. In einer Kammer wurden polarisierte ultrakalte Neutronen gespeichert und mit einem oszillierenden magnetischen Feld der Neutronenspin in die Ebene gebracht, die senkrecht zur Richtung des magnetischen Führungsfeldes  $B$  ist [Bak06]. In der Speicherkammer wurde neben dem Magnetfeld auch ein starkes elektrisches Feld  $E$  angelegt. Die Larmorfrequenz  $\omega_L$  ist dann durch

$$\hbar\omega_L = |2\mu_N B \pm 2d_N E|$$

bestimmt. Das Vorzeichen vor  $2d_N E$  ist gegeben durch die Orientierung des elektrischen Feldes relativ zum Magnetfeld. Für beide Richtungen des elektrischen Feldes wird die Larmorfrequenz  $\omega_{L,\pm}$  gemessen und daraus das elektrische Dipolmoment zu

$$|\mu_N| = \frac{4\hbar}{E} |\omega_{L,+} - \omega_{L,-}|$$

berechnet. Die zur Zeit genaueste obere Grenze für diesen Wert wurde mit Ramsey's Methode auf  $2.9 \cdot 10^{-26} e \text{ cm}$  [Bak06] gemessen.





# Kapitel 3

## Gravitationsresonanzspektroskopie mit ultrakalten Neutronen

### 3.1 UCN im Gravitationsfeld der Erde

Die Grundlage des Experiments ist der freie Fall ultrakalter Neutronen (UCN) im Schwerfeld der Erde. Da im Experiment maximale Höhenunterschiede der Neutronen von nur wenigen  $10 \mu\text{m}$  untersucht werden, kann die Änderung der potentiellen Energie durch

$$\Delta V = -GMm_N \left( \frac{1}{R_E + z} - \frac{1}{R_E} \right) \approx m_N g z$$

genähert werden. Dabei können die Gravitationskonstante  $G$ , die Masse der Erde  $M$  und der Abstand zum Erdmittelpunkt  $R_E$  in der Erdbeschleunigung  $g$  vereinigt werden.  $m_N = 939.56 \text{ MeV}/c^2$  steht für die Masse des Neutrons.

Da die kinetische Energie der UCN viel kleiner als die Ruhemasse des Neutrons ist ( $E_{kin} \ll m_N c^2$ ), genügt eine nichtrelativistische Beschreibung. Das System ist somit durch die Lösungen der Schrödingergleichung

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m_N} \Delta + m_N g z \right) \Psi(\mathbf{r}, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t)$$

bestimmt. In diesem Fall ist die Schrödingergleichung symmetrisch in Bezug auf die Zeit  $t$  und die beiden horizontalen Richtungen  $x$  und  $y$ . Dadurch lässt sich die Wellenfunktion separieren in

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \Psi_x(x) \cdot \Psi_y(y) \cdot \phi(z) \cdot \xi(t),$$

wobei die Wellenfunktionen  $\Psi_x$  und  $\Psi_y$  durch ungestörte Propagation einer ebenen Welle im Raum  $\Psi_x(x) \sim \text{Exp}[-i(k_x x)]$  beschrieben werden. Der zeitabhängige Teil der Wellenfunktion wird durch eine zeitlich propagierende Welle  $\xi(t) \sim \text{Exp}[-iEt/\hbar]$  ausgedrückt mit der Gesamtenergie  $E = E_x + E_y + E_z$ .

Setzt man diesen Ansatz in die Schrödingergleichung ein, reduziert sich das System auf ein eindimensionales System:

$$\begin{aligned} \left( \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_N} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_N} - \frac{\hbar^2}{2m_N} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + m_N g z \right) \Psi(\mathbf{r}, t) &= (E_x + E_y + E_z) \Psi(\mathbf{r}, t) \\ \left( -\frac{\hbar^2}{2m_N} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + m_N g z \right) \Psi(\mathbf{r}, t) &= E_z \Psi(\mathbf{r}, t) \\ \left( -\frac{\hbar^2}{2m_N} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + m_N g z \right) \phi(z) &= E_z \phi(z) \end{aligned} \quad (3.1)$$

Gleichung 3.1 kann durch Einführen dimensionsloser Variablen

$$\begin{aligned} z_0 &= \left( \frac{\hbar^2}{2m_N^2 g} \right)^{\frac{1}{3}} = 5.87 \mu\text{m} \\ \tilde{z} &= \frac{z}{z_0} \\ \zeta &= \frac{E_z}{m_N g z_0} \end{aligned}$$

weiter vereinfacht werden zu

$$\left( -\frac{\partial^2}{\partial \tilde{z}^2} + \tilde{z} - \zeta \right) \phi(\tilde{z}) = 0. \quad (3.2)$$

Die Airyfunktionen  $Ai(x - y)$  und  $Bi(x - y)$  haben die Eigenschaft

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} Ai(x - y) = (x - y) \cdot Ai(x - y)$$

und lösen somit direkt Gleichung 3.2. Die Wellenfunktion setzt sich aus einer Linearkombination der beiden Lösungen zusammen:

$$\phi(\tilde{z}) = c_1 Ai(\tilde{z} - \zeta) + c_2 Bi(\tilde{z} - \zeta).$$

Erst durch die Erfüllung von Randbedingungen ergeben sich konkrete Lösungen der Schrödingergleichung. Im Experiment bestimmen typischerweise zwei verschiedenen Anordnungen diese Bedingungen.

### System mit einem Spiegel

Im einfachsten Fall existiert ein horizontaler Neutronenspiegel aus BK7-Glas bei  $\tilde{z} = 0$ . Dadurch ändert sich das Gravitationspotential (in dimensionslosen Variablen) zu

$$V(\tilde{z}) = \begin{cases} \tilde{z} & \tilde{z} \geq 0 \\ -\frac{V_{BK7}}{m_N g z_0} & \tilde{z} < 0 \end{cases}.$$

Da das Fermipotential von BK7-Glas  $V_{BK7}$  viel größer als die kinetische Energie in  $\hat{z}$ -Richtung ist (siehe Kapitel 3.3), wird das Potential mit

$$\frac{V_{BK7}}{m_N g z_0} \approx \infty$$

vereinfacht. Daraus ergibt sich die Randbedingung, dass die Wellenfunktion bei  $\tilde{z} \leq 0$  verschwinden muss. Als zusätzliche Bedingung kann die Normierung der Wahrscheinlichkeitsdichte eingeführt werden:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi^*(\tilde{z}) \phi(\tilde{z}) d\tilde{z} = 1.$$

Da die Airyfunktion  $Bi(\tilde{z})$  für  $\tilde{z} \rightarrow \infty$  divergiert, folgt

$$\lim_{\tilde{z} \rightarrow \infty} \phi(\tilde{z}) \Rightarrow c_2 \rightarrow 0.$$

Die Wellenfunktion vereinfacht sich dadurch zu

$$\phi(\tilde{z}) = c_1 Ai(\tilde{z} - \zeta) .$$

Airyfunktionen sind oszillierende Funktionen und besitzen unendlich viele Nullstellen. Dadurch ergeben sich aus der Randbedingung  $\phi_n(0) = 0$  unendlich viele Energieeigenwerte für die Wellenfunktion und folglich auch unendlich viele Zustände:

$$\phi_n(\tilde{z}) = c_{1,n} Ai(\tilde{z} - \zeta_n) .$$

Diese Zustände werden als freie Gravitationszustände bezeichnet, da sie in  $z$ -Richtung nach oben nicht begrenzt sind. Die Nullstellen der Airyfunktion lassen sich nur numerisch berechnen, sind aber inzwischen in den meisten Mathematikprogrammen integriert. In Tabelle 3.1 sind die Energieeigenwerte  $\zeta_n$  und Vorfaktoren  $c_{1,n}$  der ersten fünf Zustände aufgelistet. Durch Multiplikation mit  $m_N g z_0 = 0.60$  peV können die dimensionslosen Energieeigenwerte wieder in SI-Einheiten umgerechnet werden:

$$E_n = m_N g z_0 \zeta_n .$$

Zustand $n$	$c_{1,n}$	$\zeta_n$	$E_n$ [peV]
1	1.43	2.34	1.41
2	1.25	4.09	2.46
3	1.16	5.52	3.32
4	1.10	6.79	4.08
5	1.06	7.94	4.78

Tabelle 3.1: Vorfaktoren und Energieeigenwerte der freien Zustände

In Abbildung 3.1 sind die Wellenfunktionen der ersten drei Zustände dargestellt. Zur Veranschaulichung wurden zu den Wellenfunktionen die dazugehörigen Energieeigenwerte addiert.

### System mit zwei Spiegeln

Das zweite System, das im Experiment Anwendung findet, ist eine Kombination aus zwei Spiegeln. Im Folgenden wird der Spiegel, der bei  $\tilde{z} = 0$  endet, als unterer Spiegel und der, der bei  $\tilde{z} = \tilde{H}$  beginnt, als oberer Spiegel bezeichnet. Analog zum System mit einem Spiegel lässt sich das Potential mit

$$V(\tilde{z}) = \begin{cases} -\infty & \tilde{z} < 0 \\ \tilde{z} & 0 \leq \tilde{z} \leq \tilde{H} \\ -\infty & \tilde{z} > \tilde{H} \end{cases}$$

schreiben. Daraus ergeben sich insgesamt drei Bedingungen, die die Wellenfunktionen erfüllen müssen:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi^*(\tilde{z}) \phi(\tilde{z}) d\tilde{z} = 1 , \tag{3.3}$$

$$\phi(0) = 0 , \tag{3.3}$$

$$\phi(\tilde{H}) = 0 . \tag{3.4}$$

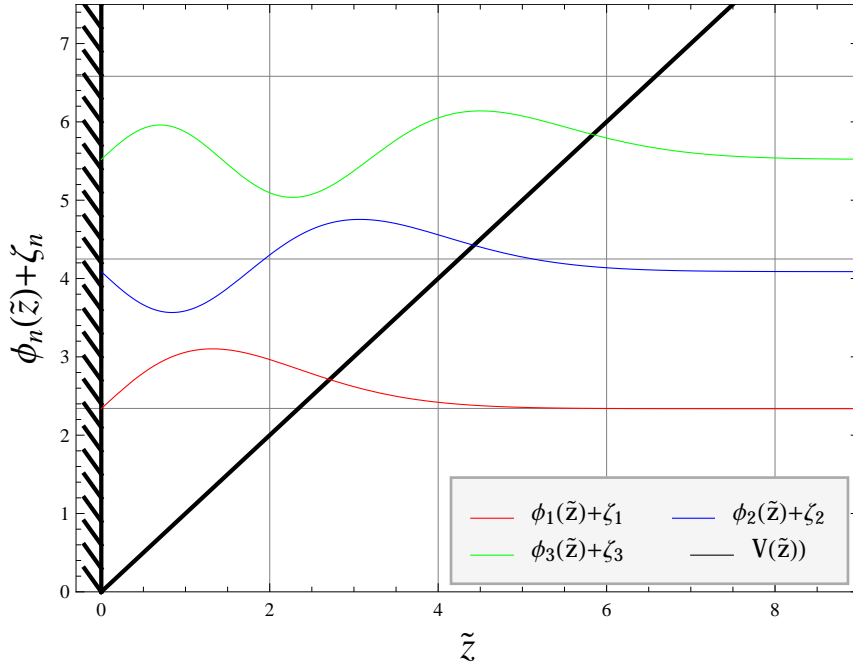


Abbildung 3.1: Die Wellenfunktion der ersten drei freien Gravitationszustände: Zur Veranschaulichung wurde den Wellenfunktionen ihr zugehöriger Energieeigenwert addiert. Schwarze Linien deuten das Potential an, wobei die Streifen auf der linken Seite das sehr hohe Potential der Spiegelfläche andeuten sollen.

Anders als bei dem System mit einem Spiegel sind die Energieeigenwerte nun nicht mehr über die Nullstellen der Airyfunktion  $Ai(\tilde{z})$  gegeben, sondern über die Gleichungen 3.3 und 3.4. Um das Problem eindeutig zu lösen, muss der Vorfaktor der Airyfunktion  $Bi(z)$  von Null verschieden sein. Obwohl diese Funktion divergiert, kann ihr eine physikalische Bedeutung zugeordnet werden [Ros02]. Die beiden Randbedingungen lassen sich dann in einer Matrix darstellen

$$\underbrace{\begin{pmatrix} Ai(-\zeta) & Bi(-\zeta) \\ Ai(\tilde{H} - \zeta) & Bi(\tilde{H} - \zeta) \end{pmatrix}}_{:=D(\tilde{H}, \zeta)} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Die Nullstellen der Determinante  $D(\tilde{H}, \zeta)$  bestimmen die Energieeigenwerte  $\zeta_n$ , welche numerisch berechnet werden müssen. In Abbildung 3.2 sind die Energieeigenwerte der ersten zehn Zustände in Abhängigkeit des Spiegelabstandes  $\tilde{H}$  dargestellt. Nachdem die Energieeigenwerte bestimmt wurden, können nun die Vorfaktoren  $c_{1,n}$  und  $c_{2,n}$  numerisch berechnet werden. In Abbildung 3.3 sind die ersten drei Zustände eines Systems mit zwei Spiegeln im Abstand  $\tilde{H} = 4.6$  ( $\hat{=} 27.0 \mu\text{m}$ ) dargestellt. In Tabelle 3.2 sind die Vorfaktoren und Energieeigenwerte der ersten fünf Zustände dieses Systems aufgelistet.

Wird der obere Spiegel durch einen aufgerauten Spiegel ersetzt, im Folgenden *Absorber* genannt, wird dem System ein Verlustmechanismus hinzugefügt. Eine genaue

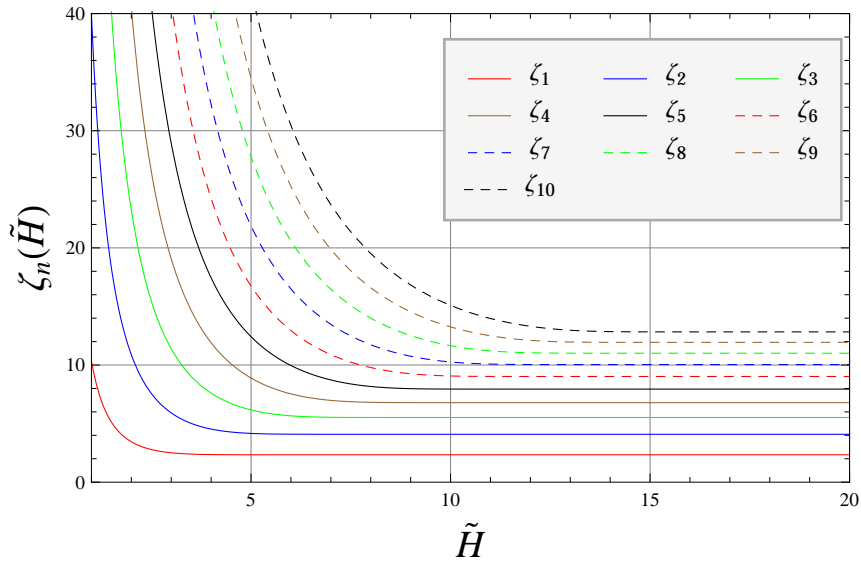


Abbildung 3.2: Energieeigenwerte in einem System mit zwei Spiegel im Abstand  $\tilde{H}$ : Mit abnehmender Distanz zwischen beiden Spiegeln steigen die Energieeigenwerte der Zustände. Im Bereich um  $\tilde{H} = 4.6 (\hat{=} 27.0 \mu\text{m})$  verhalten sich die Werte der einzelnen Zustände unterschiedlich. Eine Änderung der Schlitzbreite hat auf den Energieeigenwert des ersten Zustandes so gut wie keinen Einfluss, jedoch folgt der dritte Zustand hier näherungsweise einem linearen Verlauf.

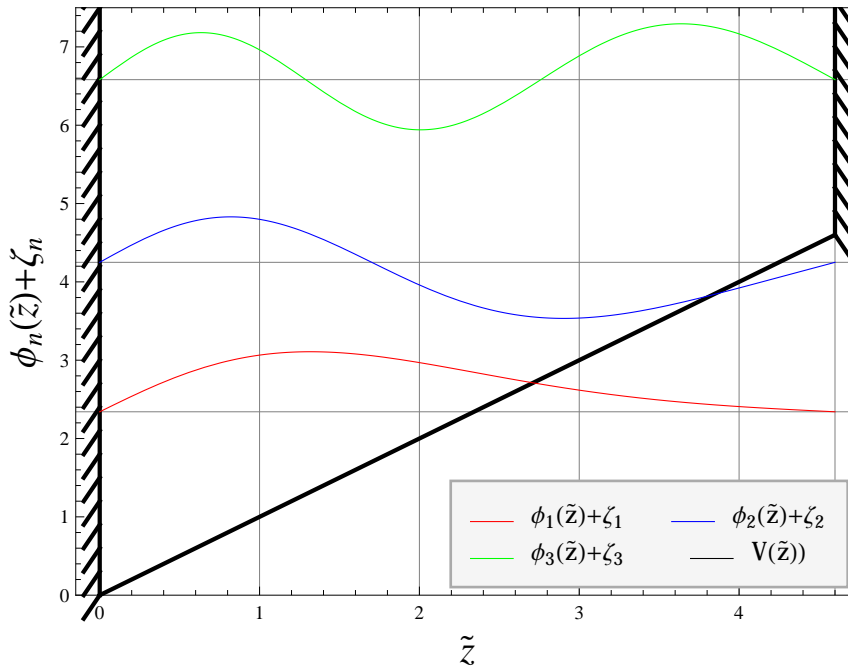


Abbildung 3.3: Die ersten drei Zustände eines Zwei-Spiegel-Systems mit  $\tilde{H} = 4.6 (\hat{=} 27.0 \mu\text{m})$ .

$n$	$c_{1,n}$	$c_{2,n}$	$\zeta_n$	$E_n$ [peV]
1	1.43	-0.01	2.34	1.41
2	-1.32	0.46	4.25	2.56
3	-1.43	-0.84	6.58	3.96
4	1.47	1.25	9.82	5.91
5	0.91	-1.95	14.0	8.42

Tabelle 3.2: Vorfaktoren und Energieeigenwerte eines Zwei-Spiegel-Systems mit  $\tilde{H} = 4.6$  ( $\cong 27.0 \mu\text{m}$ ).

Beschreibung dieses Mechanismus ist in [Wes07a] zu finden. Die Verlustrate ergibt sich zu

$$\Gamma_n(\tilde{H}) = \alpha_{loss} \int_{\tilde{H}-2\frac{\sigma}{z_0}}^{\tilde{H}} |\phi_n(\tilde{z})|^2 d\tilde{z} . \quad (3.5)$$

$\alpha_{loss}$  gibt die mikroskopischen Eigenschaften des Absorbers wieder und  $\sigma$  ist die Rauheit der Absorberoberfläche. Da der Überlapp der Wahrscheinlichkeitsdichte in der rauen Region des Absorbers für höhere Zustände größer ist als für den niedrigsten Zustand, ist die Verlustrate ebenso größer für höhere Zustände. Die Wahrscheinlichkeit  $|\phi_n(\tilde{z})|^2 = |P_n(t)|^2$  ein solches Spiegel-Absorber-System zu durchqueren, ist stark vom Zustand abhängig und gegeben durch

$$P_n(t) = e^{-\frac{1}{2}\Gamma_n(\tilde{H})t} , \quad (3.6)$$

wobei sich die Zeit  $t = L/v$  in diesem System aus der Neutronengeschwindigkeit  $v$  und der Absorberlänge  $L$  ergibt. Durch passende Wahl von  $\tilde{H}$  und  $L$  ist es möglich, alle Zustände bis auf den ersten Zustand heraus zu streuen.

## 3.2 Erste Gravitationsexperimente mit UCN

Die ersten Ergebnisse unserer Arbeitsgruppe mit diesem Absorber-System wurden in [Nes02] und [Wes07a] veröffentlicht. Das Grundprinzip und das Ergebnis dieser Messung ist in Abbildung 3.4 zu sehen. Hier wurden ultrakalte Neutronen durch ein Kollimationssystem selektiert, so dass die horizontale Geschwindigkeit ca. 10 m/s beträgt. In Kombination mit dem Absorber sorgt die parabelförmige Flugbahn der Neutronen vom Kollimator bis zum Spiegelsystem dafür, dass die vertikale Geschwindigkeit wesentlich kleiner als ca. 2 cm/s ist, was der Energie des ersten Gravitationszustandes entspricht. In der rechten Hälfte ist die gemessene Transmission in Abhängigkeit des Abstands zwischen Spiegel und Absorber aufgetragen. Die durchgezogene Linie zeigt die klassische Erwartung, welche ein  $z^{3/2}$ -Verhalten aufweist. Für Abstände kleiner als  $35 \mu\text{m}$  weichen die gemessenen Werte von der klassischen Erwartung deutlich ab und es zeigt sich, dass die quantenmechanische Betrachtung den gemessenen Verlauf besser beschreibt [Wes07a]. Da bei dieser Messung nur die Zählrate betrachtet wurde, handelt es sich um eine integrale Messung, die Aufschluss über die inkohärente Superposition der Gravitationszustände gibt.

Das Nachfolgeexperiment [Jen08] hat das Messprinzip durch einen ortsauflösenden Detektor erweitert und dadurch eine differentielle Messung der Gravitationszustände

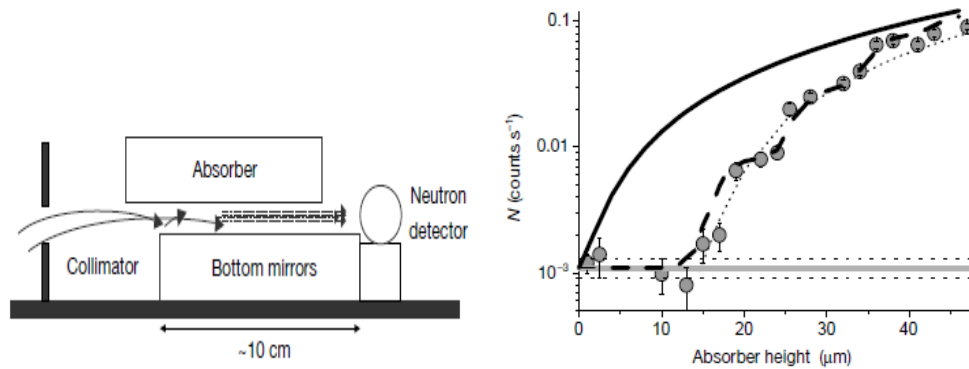


Abbildung 3.4: Aufbau (links) und Ergebnis (rechts) des Gravitationsexperiments aus dem Jahr 2002: Die Transmission durch das Spiegel-Absorber-System wurde in Abhängigkeit des Abstandes zwischen Absorber und unteren Spiegel gemessen. Kreise stehen für Messpunkte und die durchgezogene Linie für die klassische Erwartung [Nes02].

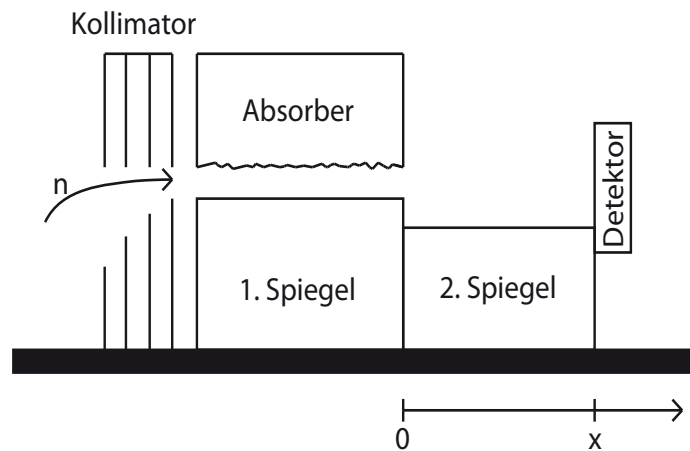


Abbildung 3.5: Aufbau des Gravitationsexperiments aus dem Jahr 2008: Im Bereich des ersten Spiegels wird ein quantenmechanisches System erzeugt. Durch die Stufe gehen die Gravitationszustände in eine kohärente Superposition der Zustände über, die durch die Randbedingungen im Bereich des zweiten Spiegels bestimmt sind. Am Ende des Systems wird die Wahrscheinlichkeitsdichte der Zustände mit einem ortsauflösenden Detektor gemessen.

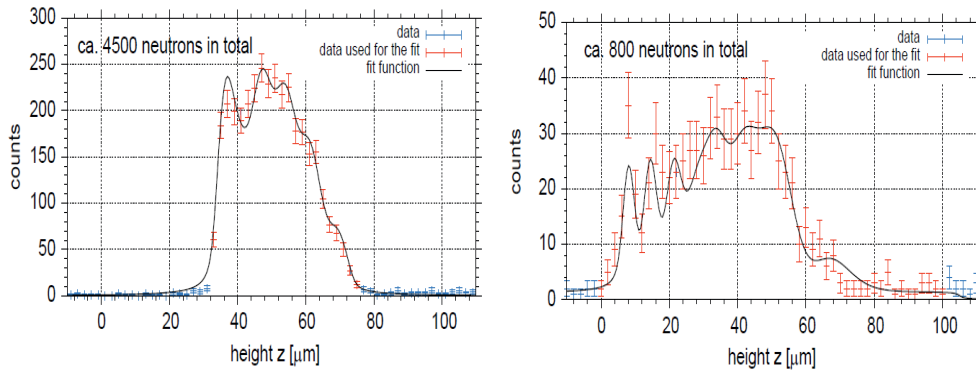


Abbildung 3.6: Erste Ergebnisse des Gravitationsexperiments aus dem Jahr 2008 [Jen09]: Detektor bei  $x = 0$  cm (links) und  $x = 6$  cm (rechts)

ermöglicht. Durch Messung der Wahrscheinlichkeitsdichte an verschiedenen Positionen konnte die Zeitentwicklung des Wellenpaketes, die als *Quantum Bouncing Ball* bezeichnet wird [Gea99], gemessen werden. Der Aufbau ist in Abbildung 3.5 dargestellt. Er unterscheidet sich vom vorherigen Setup durch einen weiteren Spiegel und einem ortsauflösenden Detektor. Im Bereich des zweiten Spiegels ändern sich die Randbedingungen und dadurch auch die Eigenzustände. Die Verteilung dieser neuen Zustände ergibt sich aus der Superposition der Zustände am Ende des ersten Spiegels. Die Mischung der Zustände entwickelt sich mit der Zeit. Durch Variation der Länge des zweiten Spiegels kann die Wahrscheinlichkeitsdichte an verschiedenen Positionen  $x$  mit dem Detektor gemessen werden und somit die kohärente Superposition der Wellenfunktionen. Die Ergebnisse dieses Experimentes sind in [Jen09] vorgestellt. Abbildung 3.6 zeigt Messungen direkt nach dem ersten Spiegel (links) und nach dem zweiten Spiegel im Abstand  $x = 6$  cm (rechts).

Zu sehen ist, dass sich nach einem 6 cm langen Spiegel durch eine quantenmechanische Rechnung mehrere kleine Minima ergeben sollten. Aufgrund geringer Statistik und der benötigten hohen Ortsauflösung sind diese Minima experimentell schwer zu bestimmen. Die Ergebnisse aus 2008 folgen jedoch diesem theoretischen Verlauf recht gut. Einige Komponenten des Experimentes aus dem Jahr 2008 werden im folgenden Kapitel erläutert, da sie auch in dem Experiment, das in dieser Diplomarbeit vorgestellt wird, Einsatz finden. Im Folgenden wird dieses als Gravitationsspektrometer bezeichnet.

### 3.3 Überblick

Das Gravitationsspektrometer ist eine Weiterentwicklung der vorher kurz dargestellten Experimente. So finden sich z.B. einige Komponenten aus diesen Experimenten auch hier. Ziel des Gravitationsspektrometers ist, es Übergänge zwischen den quantenmechanischen Zuständen durch mechanische Vibrationen anzuregen. Der Aufbau, der dazu verwendet wird, ist in Abbildung 3.7 dargestellt, wobei zur Veranschaulichung die Seitenwände des Vakuumgehäuse hier nicht gezeigt werden. Ebenso wurde die Position des Systems zur Strahlrichtung (Punkt 7), der  $y$ -Positioniereinheit (Punkt 8) und des



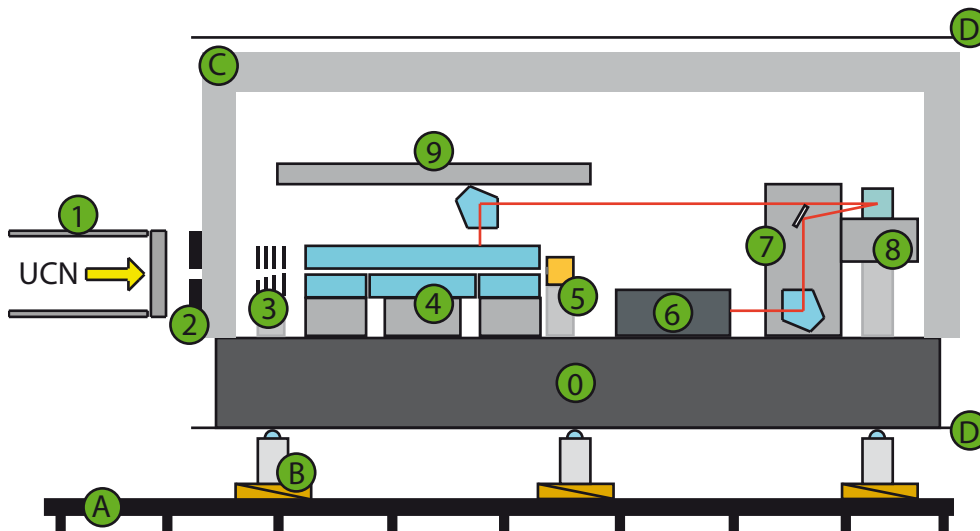


Abbildung 3.7: Schematische Seitenansicht des Experimentaufbaus: A. Grundplatte, B. Nivellierungssystem, C. Vakuumgehäuse, D.  $\mu$ -Metall-Abschirmung, 0. Messgranit, 1. Strahlrohrendstück, 2. Blendensystem B1, 3. Blendensystem B2, 4. Spiegelsystem mit z-Tischen, 5. Zählrohr, 6. Laser-Interferometer, 7. System zur Strahlausrichtung, 8.  $y$ -Positioniereinheit, 9.  $x$ -Positioniereinheit

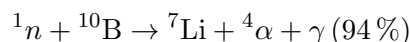
optischen Pfades (rote Linie) versetzt gezeichnet. Die exakte Position und Funktionsweise von Punkt 6-9 werden in Kapitel 4 genauer erläutert. Die Punkte B, 2 und 3 werden nur kurz erklärt, da eine detaillierte Beschreibung in [Sta09] zu finden ist. Die wesentlichen Komponenten des Experiments sind:

- A) Die **Grundplatte** ist mit Madenschrauben versehen und ermöglicht eine grundlegende Ausrichtung des Experimentes auf der Experimentplattform.
- B) Das **Nivellierungssystem** besteht aus sechs schiefen Ebenen, drei Piezo-Elementen und einem Zwei-Achsen-Winkelmesser. Es sind jeweils zwei schiefe Ebenen aufeinander angebracht, um die Höhe des darauf stehenden Piezos einzustellen. Gemeinsam mit der Grundplatte bilden die schiefen Ebenen die fundamentale Höhen- und Neigungseinstellung. Die drei Piezos werden von einer PID-Regelung (*proportional, integral, derivative*) gesteuert, wobei der Sensor der Regelung der Zwei-Achsen-Winkelmesser ist. Mit Hilfe dieses Systems ist es möglich den Messgranit auf  $\pm 1 \mu\text{rad}$  zu stabilisieren.
- C) Das **Vakuumgehäuse** ist notwendig, um Absorptionsverluste der UCN zu minimieren, weil die Reichweite ultrakalter Neutronen in Luft nur wenige Zentimeter beträgt. Typischerweise wird der Druck auf ca.  $10^{-3}$  mbar reduziert.
- D) Das Neutron hat ein magnetisches Moment von  $60.3 \text{ neV/T}$ . Bereits das Erdma-

gnetfeld ( $\approx 60\mu\text{T}$ ) verursacht bereits eine potentielle Energie von  $3.6\text{ peV}$ , was größer als der Energieeigenwert des ersten Gravitationszustandes ist. Durch die  **$\mu$ -Metall-Abschirmung** wird das Magnetfeld der Erde stark abgeschwächt und es ergibt sich eine Magnetfeldschwankung von  $1.6\mu\text{T}$  über den gesamten Bereich des Neutronenspiegels.

- 0) Der **Messgranit** ist die Auflagefläche aller Komponenten innerhalb des Vakuumgehäuses. Da seine Welligkeit kleiner als  $1\mu\text{m}$  und seine Rauheit kleiner als  $0.7\mu\text{m}$  ist, eignet er sich sehr gut als Referenzebene für alle Höhen- und Neigungsangaben.
- 1) Der Abstand zwischen dem **Strahlrohrendstück** und dem Eintrittsfenster der Vakuumkammer muss auf ein Minimum reduziert werden, um die Absorption in Luft zu verringern. Eine direkte Verbindung zur Vakuumkammer ist nicht sinnvoll, da in diesem Fall unerwünschte Vibrationen übertragen werden. Im Experiment wird typischerweise ein Abstand von ca.  $2\text{ mm}$  gewählt.
- 2) Das **Blendensystem B1** ist aus zwei Blenden aufgebaut, die beide in der Höhe justiert werden können. Das Blendenmaterial beinhaltet  $^{10}\text{B}$ , welches sich durch eine sehr hohe Neutronenabsorption auszeichnet. Dadurch werden die Blenden für Neutronen undurchlässig und es ergibt sich eine hohe Güte der Blenden. Die Neutronen folgen zwischen dem Blendensystem B1 und dem Spiegelsystem einer parabelförmigen Bahn. In Abhängigkeit des Abstandes dieser beiden Systeme können die Positionen der beiden Blenden so eingestellt werden, dass nur Neutronen mit horizontalen Geschwindigkeiten zwischen  $5\text{ m/s}$  und  $7\text{ m/s}$  das Spiegelsystem erreichen, deren vertikale Geschwindigkeit verschwindend klein ist. Neutronen, die eine von Null verschiedene vertikale Geschwindigkeit haben, werden im Spiegelsystem durch den Absorber heraus gestreut und tragen nicht mehr zum Experiment bei. In diesem Geschwindigkeitsbereich ist der Neutronenfluss maximal.
- 3) Ultrakalte Neutronen verhalten sich wie ein Gas. Um zu vermeiden, dass Neutronen, die nicht in das Spiegelsystem eintreten, den Detektor erreichen, werden diese im **Blendensystem B2** absorbiert. Die Unterkante der einzelnen Blenden beschreiben eine Parabelform (siehe Kollimator in Abbildung 3.5), wodurch sich die Blendenöffnungen immer weiter verkleinern. Dadurch werden Neutronen, deren Pfad nicht zum Spiegelsystem (siehe Punkt 2) hinführt, in den Blenden absorbiert. Durch diese Selektion wird die Untergrundrate am Detektor deutlich reduziert.
- 4) Das **Spiegelsystem** ist die eigentliche Experimentumgebung und setzt sich aus mehreren Spiegeln und Absorbern (wie in Kapitel 3.1 beschrieben) zusammen, welche letztendlich die Randbedingungen der Schrödingergleichung (siehe Gleichung 3.1) definieren. Die Höhe und Neigung dieser Spiegel wird jeweils über Positionierische, die mit Piezoelementen ausgestattet sind, eingestellt. Eine Vermessung der Funktionalität dieser Tische wurde mit dem Abstandmesssystem vorgenommen und ist in Kapitel 5 zu finden. Der nächste Abschnitt ist allein diesem System gewidmet und wird deswegen hier nicht näher ausgeführt.
- 5) Die Neutronenzählrate in Abhängigkeit der eingestellten Parameter ist die eigentliche Messgröße des Experiments. Da sich die Zählrate im Bereich weniger  $0.01\text{ s}^{-1}$

befindet, ist es notwendig ein **Zählrohr** mit einer hohen Nachweiseffizienz und geringer Untergrundrate zu verwenden. Da Neutronen nicht direkt nachgewiesen werden können, werden sie über die Reaktion



in geladene Partikel umgewandelt. Die Eintrittsfolie des Detektors ist mit  ${}^{10}\text{B}$  beschichtet. Da die kinetische Energie des Neutrons viel kleiner ist als die bei der Reaktion freiwerdende Energie, werden beide Partikel unter einem Winkel von  $180^\circ$  emittiert und es tritt immer ein Partikel in das Detektorvolumen.

- 6) Hauptteil dieser Diplomarbeit war es ein System zur Positionsmessung zu entwickeln. Ausgangspunkt dieses Systems ist ein **Laser-Interferometer**, welches drei Laserstrahlen zur Verfügung stellt.
- 7) Das System zur **Strahlausrichtung** lenkt die Laserstrahlen des Interferometers von der horizontalen in die vertikale Richtung aus und führt diese ca. 20 cm über dem Messgranit wieder in die horizontale Richtung zurück, jedoch um  $90^\circ$  gekippt. Zusätzlich kann über drei Planspiegel die Richtung jedes einzelnen Laserstrahls justiert werden. Dies ist notwendig, da die Richtung der Laserstrahlen, die aus dem Interferometer kommen, nicht exakt parallel sind und dadurch eine Strahlrückführung aller drei Strahlen nicht mehr möglich wäre.
- 8) Die **y-Positioniereinheit** besteht aus einer Lineareinheit, die einen Fahrweg von 150 mm hat, und mehreren optischen Elementen zur Strahlablenkung. Mit Hilfe dieser Einheit kann die y-Koordinate des Punktes, der vom Laserinterferometer vermessen wird, variiert werden.
- 9) Analog zum vorherigen Punkt ist die x-Koordinate des Messpunktes durch die **x-Positioniereinheit** einstellbar. Hier ist jedoch nur ein großes optisches Element angebracht, durch das alle drei Strahlen geführt werden. Es erfolgt eine Strahlablenkung von der horizontalen in die vertikale Richtung. Nach diesem System sind die Laserstrahlen direkt auf das Spiegelsystem (Punkt 4) gerichtet.

### 3.4 Untersuchung von Gravitationszuständen durch Rabi-Spektroskopie

Die Experimente, die in Kapitel 3.2 vorgestellt wurden, motivieren, dass Neutronen im Gravitationsfeld der Erde quantenmechanische Zustände einnehmen. In diesem Kapitel wird eine Methode vorgestellt, diese Zustände zu manipulieren. Abbildung 3.8 zeigt den Aufbau des Spiegelsystems, der im Experiment eingesetzt werden soll. Es besteht aus insgesamt vier Spiegeln, wobei der obere Spiegel in drei Bereiche unterteilt ist. Diese drei Bereiche besitzen die gleichen Abmessungen wie die drei Spiegel (8 cm, 14 cm, 8 cm) darunter. Die ersten drei Zustände sind hier in aufsteigender Reihenfolge in rot, blau und grün dargestellt. Gestrichelte Linien symbolisieren eine Abschwächung des Zustandes.

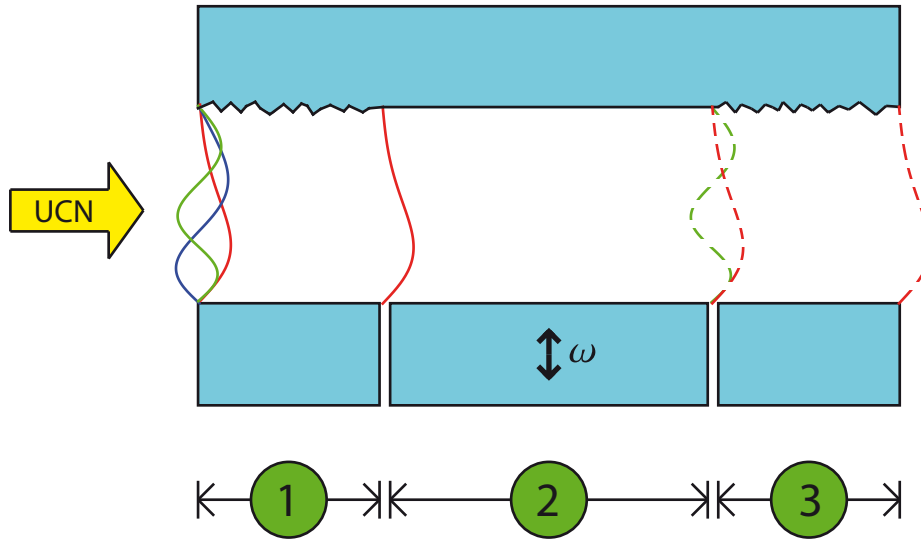


Abbildung 3.8: Spiegelsystem zur Untersuchung von Zustandsanregungen: Im ersten Bereich findet die Selektion des ersten Zustandes statt. Durch mechanische Vibrationen werden im Bereich 2 Übergänge zwischen den Zuständen angeregt. Im letzten Abschnitt wird die Verteilung der Zustände analysiert, in dem wie in Bereich 1 Zustände selektiert werden.

### Bereich 1

Der erste Bereich ist eine Kombination aus einem Spiegel (unten) und einem Absorber (oben). Dieses System wurde bereits in Kapitel 3.1 mathematisch behandelt. Die Wahrscheinlichkeit ein Neutron nach Bereich 1 zu finden, ist durch die Gleichungen 3.5 und 3.6 gegeben. Für eine Spiegellänge  $L_1 = 8$  cm, eine Neutronengeschwindigkeit  $v_x = 6$  m/s, eine Durchflugszeit  $t = L_1/v_x = 13$  ms, eine Schlitzbreite  $\tilde{H} = 4.6$  ( $\hat{=} 27.0 \mu\text{m}$ ), eine Absorberrauheit  $\sigma = 0.75 \mu\text{m}$  und einer Absorptionsrate  $\alpha_{loss} = 3.4 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$  [Wes07a] ergeben sich folgende Werte für die ersten fünf Zustände:

$n$	$\Gamma_n[\text{s}^{-1}]$	$ P_n ^2$
1	1.90	0.646
2	56.14	0.319
3	231.34	0.033
4	476.01	0.001
5	757.93	0.000

Tabelle 3.3: Die normierte Transmissionswahrscheinlichkeit der ersten fünf Zustände nach Bereich 1

Die Wahrscheinlichkeit, die einzelnen Zustände nach Bereich 1 zu finden, ist stark abhängig von den Eigenschaften des Absorbers  $\sigma$  und  $\alpha_{loss}$ . Um genaue Kenntnis über die relative Häufigkeit der Zustände nach Bereich 1 zu erreichen, wird eine Messung mit

einem ortsauflösenden Detektor durchgeführt. Durch den Fit an die Messdaten kann danach die Zusammensetzung der Wellenfunktion bestimmt werden. Aufgrund einer geschickten Wahl der Experimentparameter ist es möglich, die Wellenfunktion am Ende des ersten Spiegels in eine bestimmte Konfiguration zu bringen. Aus diesem Grund wird dieser Bereich Präparation der Wellenfunktion genannt.

## Bereich 2

Bereich 2 dient zur Manipulation der Wellenfunktion. Dazu sind sowohl unten als auch oben reflektierende Neutronenspiegel angebracht. Der Abstand beider Spiegel ist genauso groß wie der in Bereich 1, wodurch sich die quantenmechanischen Zustände näherungsweise nicht ändern.

Der untere Spiegel ist auf einem Positioniertisch angebracht, der in Schwingung gebracht wird. Dadurch ändert sich die Randbedingung der Wellenfunktion  $\Phi(\tilde{z}, \tilde{t}) = \phi(\tilde{z}) \cdot \xi(\tilde{t})$  und die Schrödingergleichung wird explizit zeitabhängig:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial \tilde{z}^2} + \tilde{z} + V_0 \Theta(-\tilde{z} + \frac{a}{z_0} \text{Sin}[\tilde{\omega} \tilde{t}]) + V_0 \Theta(\tilde{z} - \tilde{H}) \right) \Phi(\tilde{z}, \tilde{t}) = i \frac{\partial}{\partial \tilde{t}} \Phi(\tilde{z}, \tilde{t}) . \quad (3.7)$$

Hier ist  $V_0$  das abstoßende Potential der Spiegeloberflächen, welches viel größer als die Energieeigenwerte der Gravitationszustände  $\zeta_n \ll V_0$  ist. Der untere Spiegel schwingt mit der Amplitude  $a$  und Kreisfrequenz  $\omega$ . Im Rahmen dieser Diplomarbeit wurde die oben stehende Differentialgleichung gelöst.

Durch die Vibration des Spiegels werden Übergänge zwischen den Zuständen angeregt. Bei richtiger Wahl der Frequenz kann ein Zustand, der nach Bereich 3 fast nicht mehr vorhanden ist, wieder bevölkert werden. Die Wahrscheinlichkeit für einen Übergang ist dabei durch die Stärke der Vibration  $a\omega$  und Aufenthaltsdauer im Bereich 2  $t_2$  bestimmt.  $t_2 = \frac{L_2}{v}$  ist hier allein durch die Neutronengeschwindigkeit  $v$  und die Länge des zweiten Bereiches  $L_2 = 14 \text{ cm}$  gegeben. Da in diesem Bereich kein Absorber angebracht ist, werden alle Zustände gleichmäßig transmittiert.

## Bereich 3

Im letzten Abschnitt des Spiegelsystems wird analysiert, in welchem Zustand sich das System befindet. Dieser Bereich besteht aus einem unteren Spiegel und einem oberen Absorber mit jeweils einer Länge von  $L_3 = 8 \text{ cm}$  und wird somit analog zu Bereich 1 beschrieben. Die Wahrscheinlichkeit, dass das Neutron nach Bereich 3 in Zustand  $n$  ist, ergibt sich aus den Transmissionswahrscheinlichkeiten durch Bereich 1 und 3  $|P_n(t)|^2$  (siehe Tabelle 3.3) und der Wahrscheinlichkeit, dass ein Übergang von einem Zustand  $m \neq n$  in den Zustand  $n$  stattgefunden hat. Da Bereich 1 und Bereich 3 gleich lang sind, hat  $|P_n|^2$  identische Werte für Bereich 1 und 3.

Die Transmission, die mit dem Zählrohr nach Bereich 3 gemessen wird, ergibt sich schließlich aus der Summe aller transmittierten Zustände. Da  $v$  und  $L_2$  nur schwer während des Experimentes variiert werden können, werden typischerweise verschiedene Kombinationen aus Schwingungsamplitude und -frequenz zur experimentellen Bestimmung der Übergangsfrequenz und -wahrscheinlichkeit verwendet. Eine genaue Kenntnis dieser Größen ist aus diesem Grund essentiell für das Experiment.

Durch Messung der Transmission bei verschiedenen Schwingungsfrequenzen kann die Übergangsfrequenz zwischen zwei Zuständen sehr genau bestimmt werden. Anregungen solcher Übergänge bestätigen weiter die quantenmechanische Beschreibung der Gravitation und die Existenz von Gravitationszuständen. Da die typische Energieskala der Zustände im  $peV$ -Bereich liegt, können physikalische Effekte in diesem Energiebereich getestet werden.

Im nächsten Kapitel wird die Entwicklung eines Systems vorgestellt, das auf das vorher beschriebene Experiment mit 3 Bereichen angepasst ist.

# Kapitel 4

## Abstands- und Vibrationsmesssystem

In Kapitel 3.1 wurde dargestellt, dass die Gravitationszustände des Neutrons sehr sensitiv auf die Position der Neutronenspiegel sind. Um Übergänge zwischen diesen Zuständen mechanisch durch Vibration der Neutronenspiegel anzuregen, ist es essentiell die Vibrationen der Neutronenspiegel zu messen.

In diesem Kapitel werden die Entwicklungen eines Messsystems zur Abstands- und Vibrationsmessung vorgestellt. Das System setzt sich aus einer Einheit zur Längenmessung und mehreren mechanischen und optischen Komponenten, die zur Positionierung der Messpunkte dienen, zusammen. Es dient zur Kontrolle der Systematik, da z.B. Magnetfeldgradienten oder eine Änderung des Spiegelabstandes die Energieeigenwerte verschieben und eine Verkipfung der Spiegel eine Verbreiterung der Resonanzkurve zur Folge haben würden. Aufgrund dieser speziellen Anforderungen des Gravitationsexperiments muss auch das Abstands- und Vibrationsmesssystem gewisse Bedingungen erfüllen:

- **Stabilität der Längenmessung:** Das System muss Abstandsänderungen über einen langen Zeitraum beobachten können, ohne dabei selbst den Messwert stark zu verfälschen. Die Längenmessung ist berührungslos, wodurch die Stabilität des Systems durch die Messung der Abstandsänderungen nicht beeinflusst wird. Die Abweichung der Messwerte soll hier nicht größer als  $1\ \mu\text{m}$  in einem Zeitraum von 2-3 Tagen sein. Abschnitt 4.3.4 behandelt diese Eigenschaft. Zeitkritische Messungen, die nur über kurze Zeiträume betrachtet werden, erfordern eine größere Genauigkeit. Darum wird ein Messsystem verwendet, das die Länge präziser als  $0.1\ \mu\text{m}$  misst.
- **Frequenzmessung:** Der typische Energieeigenwert  $E$  der Gravitationszustände beträgt wenige peV, der über das Plancksche Wirkungsquantum  $h$  in eine Frequenz  $\nu = \frac{h}{E} \sim 250\ \text{Hz}$  umgerechnet werden kann. Aus diesem Grund ist die Messung der Frequenzen von 0 bis 1000 Hz essentiell. Prinzipiell kann das System Frequenzen bis zu 500 kHz messen.
- **Ortsabhängige Messungen:** Längen- und Vibrationsmessungen müssen für verschiedene Positionen auf dem Messspiegel bestimmt werden können. Über die ortsabhängige Längenmessung kann die Verkipfung einer verspiegelten Ebene bezüglich einer zweiten Ebene bestimmt werden. Insbesondere ist eine genaue Kenntnis der örtlichen Vibrationsauslenkungen und Phasen notwendig. Die Messungen dazu sind in Abschnitt 5.2 zu finden.

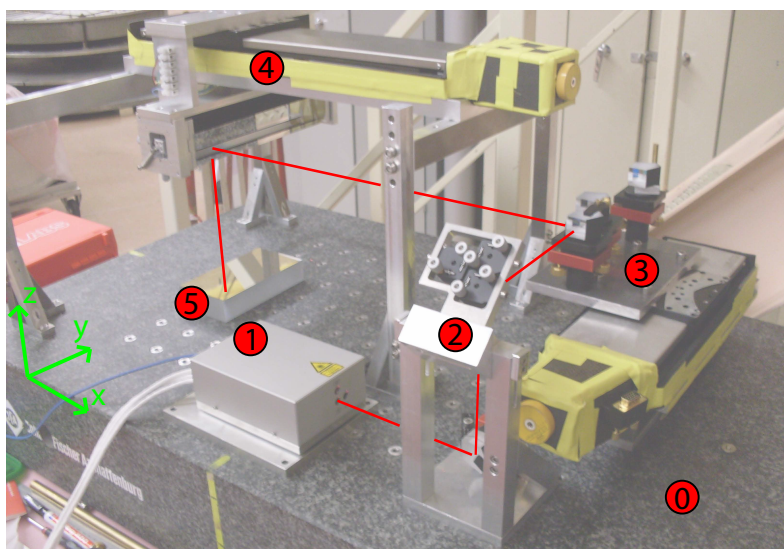


Abbildung 4.1: System zur Abstands- und Vibrationsmessung: 0: Messgranit, 1: Laserinterferometer, 2: System zur Strahlausrichtung, 3:  $y$ -Positioniereinheit, 4:  $x$ -Positioniereinheit, 5: Neutronenspiegel.

- Die besonderen Eigenschaften von ultrakalten Neutronen erfordern es außerdem, dass das gesamte System **vakuumentauglich** und **nicht magnetisch** ist.

## 4.1 Überblick

Abbildung 4.1 zeigt das System, das im Rahmen dieser Diplomarbeit entwickelt wurde. Es hat den Vorteil, Abstände und Vibrationen berührungslos und mit einer hohen örtlichen Auflösung zum messen. Alle Komponenten sind hier auf einem geläpften Messgranit (Punkt 0) angebracht, der eine Ebenheit  $< 1 \mu\text{m}$  aufweist. Diese Eigenschaft macht ihn zu einer ausgezeichneten Referenzebene. Das Koordinatensystem wird hier so gewählt, dass die  $x$ -Achse parallel zur Richtung verläuft, in der sich im Experiment die Neutronen bewegen. Die  $z$ -Achse ist der Erdanziehungskraft entgegen gerichtet.

Der Weg eines Laserstrahls ist hier stellvertretend für alle drei Laser des Interferometers (Punkt 1) dargestellt. Durch ein Pentaprisma in der Konstruktion zur Strahlausrichtung (Punkt 2) wird der Strahl aus der horizontalen Ebene in die vertikale Richtung abgelenkt. Am oberen Ende dieser Konstruktion wird der Laserstrahl über einen Planspiegel wieder in die horizontale Ebene geführt. Auf dem ersten Lineartisch (Punkt 3) sind Pentaprismen angebracht, die den Laser in Richtung des zweiten Lineartisches (Punkt 4), auf dem ein großes Pentaprisma montiert ist, ablenken. In dem großen Pentaprisma wird der Strahl auf die verspiegelte Oberfläche eines Neutronenspiegels (Punkt 5) gerichtet, wo er reflektiert und wieder auf dem gleichen Weg ins Interferometer zurückgeführt wird. Alle Komponenten wurden so konstruiert, dass ihre Größe es ermöglicht, sie in der Vakuumkammer mit einem Innenvolumen von  $905 \times 530 \times 425 \text{ mm}^3$  aufzubauen. Die Ausmaße und Verstellmöglichkeiten sind in Tabelle 4.1 aufgelistet. Wenn eine Verstellmöglichkeit mit dynamisch gekennzeichnet ist, bedeutet es, dass diese während



Komponente	Strahlausrichtung	$y$ -Positioniereinheit	$x$ -Positioniereinheit
Länge [mm]	100	442	610
Breite [mm]	122	170	470
Höhe [mm]	250	225	410
$\Delta x$ [mm]	0	0	20 (statisch)
$\Delta y$ [mm]	0	102 (dynamisch)	0
$\Delta z$ [mm]	305 (dynamisch)	0	60 (statisch)

Tabelle 4.1: Ausmaße und Verstellmöglichkeiten der Systemkomponenten

des Betriebes angesteuert werden kann. Statisch hingegen bedeutet, dass die Positioniermöglichkeit beim Aufbau festgelegt wird und während des Betriebes nicht mehr verändert werden kann. Der  $y$ -Positioniereinheit gibt hier die Höhe der Ebenen vor, in der die Laserstrahlen geführt werden. Im aktuellen Aufbau werden diese auf 205 mm bzw. 217 mm geführt. Der maximale Stellweg  $\Delta y$  wird in der zweiten Ausbaustufe des Systems von 102 mm auf 150 mm erweitert werden.

## 4.2 Aufbau und Funktionsweise

Um möglichst genau mit dem System Abstände zu messen, wurde eine Anordnung entwickelt, bei der das Laserinterferometer (Punkt 1) nicht bewegt werden muss, um die Position der Laserstrahlen auf dem Messobjekt zu verändern. Das Interferometer wiegt ca. 15 kg und würde die Positioniergenauigkeit eines Lineartisches reduzieren, wenn es auf diesem montiert ist. Soll die Höhe eines Objektes mit dem Interferometer gemessen werden, muss der Laserstrahl senkrecht auf das Objekt treffen und dadurch zwangsweise von einem höheren Punkt stammen, als die maximale Höhe des zu messenden Gegenstandes. Die Höhe des Neutronenspiegelsystems, welches das Herzstück des Gravitationsexperimentes ist, ergibt sich aus der Position des Neutronenstrahles und der Dicke des oberen Neutronenspiegels bzw. des Absorbers. Das Experiment wurde so geplant, dass der Neutronenstrahl in 112 mm über dem Messgranit in das Spiegelsystem eintritt. Die Neutronenspiegel sind ca. 30 mm dick, wodurch sich eine Gesamthöhe von mindestens 142 mm ergibt. Die Neutronenspiegel werden zusätzlich durch eine Konstruktion aus Justagebügeln und Präzisionsschrauben befestigt. Diese vergrößern die Gesamthöhe auf maximal 179 mm. Der tiefste Punkt des Systems über dem Neutronenspiegeln ist das große Pentaprisma, dessen Unterkante mindestens 182 mm über dem Granit liegt. Dadurch ist gewährleistet, dass bei der Positionierung der Laserstrahlen die Halterung nicht durch andere Komponenten berührt wird.

### Apparatur zur Strahlausrichtung

Auch die konstruktionsbedingte unterschiedliche Ausrichtung der drei Strahlen des Laserinterferometers stellt neben der zu geringen Emissionshöhe ein Problem dar. Schon bei Tests im Anfangsstadium der Entwicklung des Systems mit dem Interferometer hat es sich herausgestellt, dass eine Rückführung aller drei Strahlen über einen gemeinsamen optischen Weg von mehr als 1 m nicht möglich war. Aufgrund dieser beiden Gege-

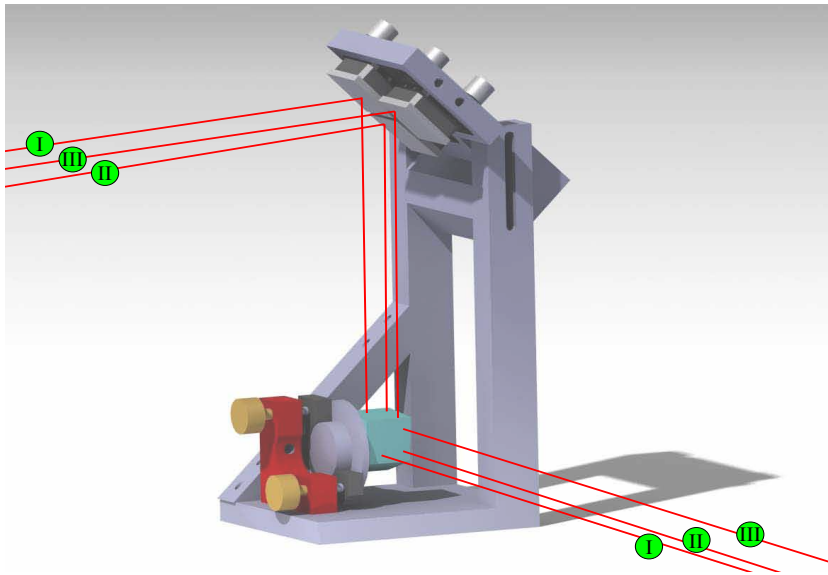


Abbildung 4.2: Optische Pfade der Laserstrahlen durch das System zur Strahlausrichtung.

benheiten wurde das System zur Strahlausrichtung konstruiert. Sie besteht aus einem Pentaprisma, das auf einem Prismahalter befestigt ist, drei Planspiegeln, die jeweils an einem Spiegelhalter angebracht sind, und einer Aluminiumhalterung. Der Prismahalter und die Spiegelhalter sind mit Präzisionsschrauben ausgestattet, um die darauf befestigten Objekt um zwei orthogonale Winkel ausrichten zu können. Die Halterung wurde so entwickelt, dass die Höhe der Planspiegel um 20 mm variiert werden kann. Der optische Pfad durch diese Vorrichtung ist in Abbildung 4.2 dargestellt. Typischerweise wird die Höhe der Planspiegel so gewählt, dass die drei Laserstrahlen sich nach Reflexion an den Spiegeln in einer Ebene bewegen, die ca. 210 mm über dem Granit liegt und parallel zu diesem ist. An den Planspiegeln kann zudem die Richtung jedes Laserstrahls individuell eingestellt werden.

### ***y*-Positioniereinheit**

Von den Planspiegeln kommend werden die Laserstrahlen von jeweils drei Pentaprismen um  $90^\circ$  abgelenkt (siehe Abbildung 4.3). Diese Prismen sind auf Prismahaltern befestigt, die eine Manipulation der Ausrichtung der Prismen im Raum ermöglichen. Alle drei Halter sind durch eine gemeinsame Grundplatte mit einem Lineartisch verbunden, der einen Fahrweg von  $y_{max} \approx 100$  mm hat. Der zweite Halter ist 50 mm und der dritte 150 mm vom Ersten entfernt angebracht. Bei der Anordnung der Prismen auf den Haltern bleibt eine kleine Freiheit bei der Wahl der Position, da die Prismen über Klemmen auf die Oberfläche des Halters gepresst werden und dadurch um  $\Delta Y_i \approx \pm 10$  mm verschiebbar sind. Gemeinsam mit der Konstante  $Y_0$ , die von der Position des Tisches im

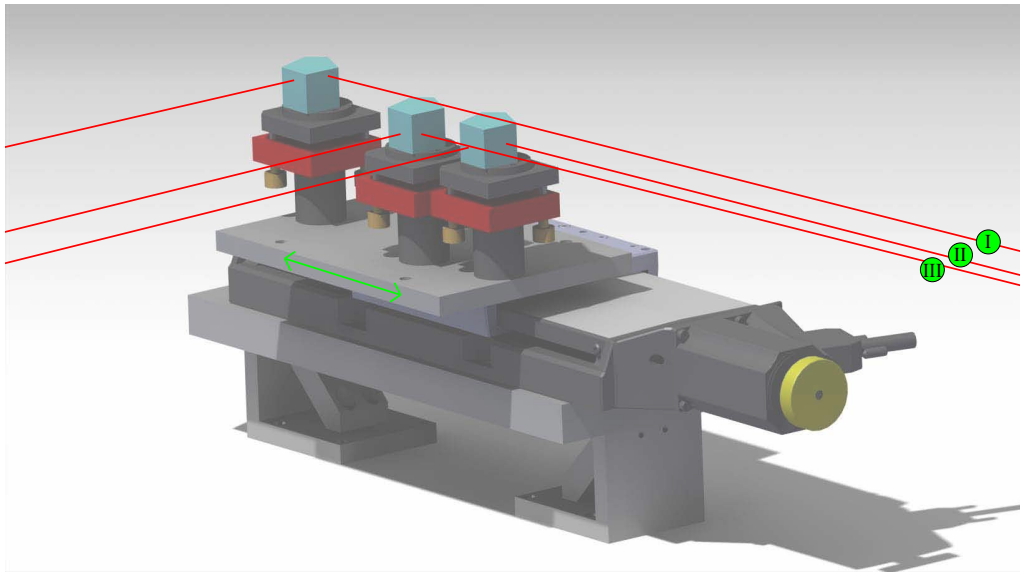


Abbildung 4.3:  $y$ -Positioniereinheit: Mit dem Lineartisch werden die Auftreffpunkte des Laserinterferometers auf dem Neutronenspiegel entlang der  $y$ -Achse eingestellt.

Koordinatensystem abhängt, sind die  $y$ -Koordinaten der drei Strahlen  $y_i$  bestimmt:

$$\begin{aligned} y_{\text{I}} &= Y_0 + \Delta Y_{\text{I}} + y + 150 \text{ mm} , \\ y_{\text{II}} &= Y_0 + \Delta Y_{\text{II}} + y , \\ y_{\text{III}} &= Y_0 + \Delta Y_{\text{III}} + y + 150 \text{ mm} . \end{aligned}$$

Allerdings muss bei der räumlichen Anordnung des Lineartisches und der Prismen auf den Haltern beachtet werden, dass alle Strahlen zu jeder Position  $y$  des Lineartisches den optisch aktiven Bereich des großen Prismas der  $x$ -Positioniereinheit treffen. Da das große Prisma eine freie Apertur von  $230 \times 35 \text{ mm}^2$  hat, kann diese Bedingung durch eine passende Anordnung der Prismen auf den Prismahaltern oder durch eine Reduktion der maximalen Fahrstrecke des Lineartisches erreicht werden.

### $x$ -Positioniereinheit

In Abbildung 4.4 ist die letzte Komponente zur Positionierung der Auftreffpunkte des Laserinterferometers dargestellt. Sie zeigt ein Aluminiumgestell, das einen Lineartisch trägt. Der Lineartisch bewegt ein 240 mm breites Prisma entlang der  $x$ -Achse innerhalb einer maximalen Fahrstrecke von 300 mm. Die Aufhängung des Lineartisches ist in Schrittweiten von 15 mm verschiebbar. Die Laserstrahlen haben beim Sensorkopf des Interferometers einen Abstand von 12 mm zueinander. Durch den Weg durch alle optischen Komponenten erhält sich dieser Abstand in Form eines höheren Eintreffpunktes des Lasers I in das große Prisma. Da die freie Apertur des Prismas in vertikaler Richtung 35 mm beträgt ist es immer möglich über die Aufhängung des Lineartisches die Höhe des Prismas so einzustellen, dass alle drei Strahlen das Prisma innerhalb der freien Apertur

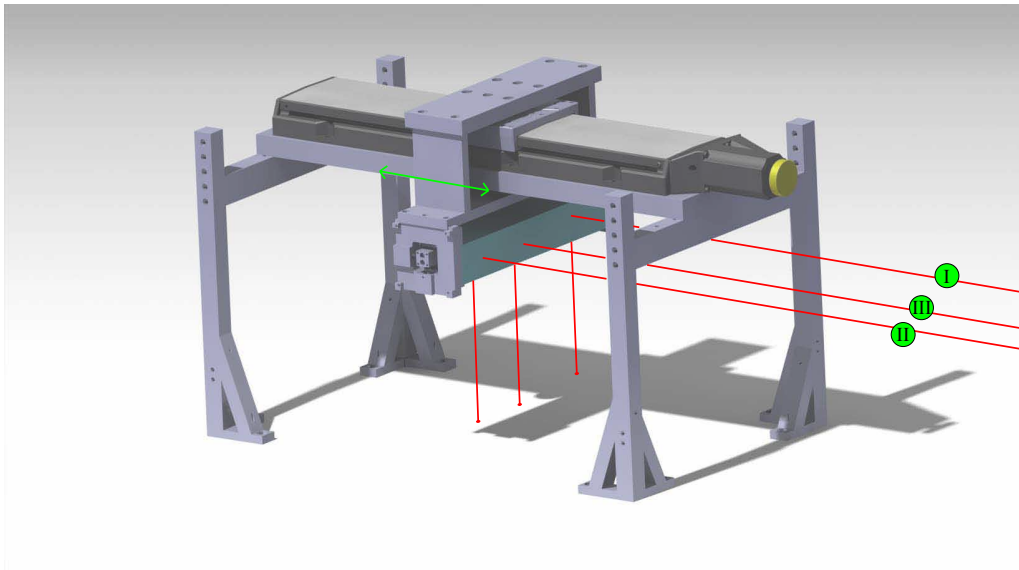


Abbildung 4.4:  $x$ -Positioniereinheit: Die drei Laserstrahlen werden durch ein großes Pentaprisma in Richtung Messgranit abgelenkt. Durch die Positionierung des Prismas entlang der  $x$ -Achse werden ebenfalls die  $x$ -Koordinaten der Laserstrahlen vorgegeben.

treffen. Das große Prisma ist in einer eigenen mechanischen Konstruktion eingebaut, bei der die Neigung des Prismas mit Hilfe von Präzisionsschrauben justiert werden kann.

Aufgrund des höheren Eintrittspunktes des Laserstrahls I am Prisma verschiebt sich der Austrittspunkt entlang der  $x$ -Achse um 12 mm. Der Strahlweg im Prisma wird hier vorweggenommen, weil eine genaue Beschreibung des optischen Pfades innerhalb eines Prismas in Abschnitt 4.3.1 gegeben wird. Kombiniert mit den  $y$ -Koordinaten ergeben sich die Positionen der Laserstrahlen auf dem zu messenden Objekt zu:

$$(x, y)_I = (x, y) + (X_0, Y_0) + (-12 \text{ mm}, \Delta Y_I + 150 \text{ mm}), \quad (4.1)$$

$$(x, y)_{II} = (x, y) + (X_0, Y_0) + (0 \text{ mm}, \Delta Y_{II}), \quad (4.2)$$

$$(x, y)_{III} = (x, y) + (X_0, Y_0) + (0 \text{ mm}, \Delta Y_{III} + 50 \text{ mm}). \quad (4.3)$$

Analog zu  $Y_0$  repräsentiert  $X_0$  eine Konstante, die von der Position des Aluminiumgestells abhängt, das den Lineartisch trägt. Es ergibt sich für alle drei Strahlen ein Verstellbereich von  $\Delta x = 300 \text{ mm}$  und  $\Delta y = 100 \text{ mm}$ . Bis auf Konstanten verhalten sich die Messpunkte des Interferometers äquivalent in Bezug auf die Positionierung durch die beiden Lineartische.

## Spiegelhöhen

Aus den optischen Pfaden der einzelnen Strahlen kann die Höhe der Oberseite der Neutronenspiegel bezüglich eines Referenzpunktes bestimmt werden. Die Länge des op-

tischen Pfades ergibt sich aus der Summe der Teilstrecken:

$$L_i = \sum_{j=1}^8 n_j L_{i,j} .$$

$L_i$  repräsentiert den optischen Weg des Interferometerstrahls  $i$ .  $L_{i,j}$  sind die geometrischen Teilstrecken und  $n_j$  der Brechungsindex des Mediums, in dem der Weg liegt. In Tabelle 4.2 sind die optischen Pfade quantitativ beschrieben. Die Prismen sind aus BK7-Glas gefertigt, das den Brechungsindex  $n_{BK7} = 1.51508$  hat. Der Einfluss des Brechungsindex von Luft wird in Abschnitt 4.3.4 näher diskutiert.

$L_{i,j}$	Medium	Beschreibung des Weges
$L_{i,1}$	Luft	Interferometer - erstes Prisma
$L_{i,2}$	BK7	im ersten Prisma
$L_{i,3}$	Luft	erstes Prisma - Planspiegel
$L_{i,4}$	Luft	Planspiegel - zweites Prisma
$L_{i,5}$	BK7	im zweiten Prisma
$L_{i,6}$	Luft	zweites Prisma - drittes Prisma
$L_{i,7}$	BK7	im dritten Prisma
$L_{i,8}$	Luft	drittes Prisma - Neutronenspiegel

Tabelle 4.2: Quantitative Beschreibung der Teilstrecken des optischen Pfades.

Da erst ab  $L_{i,4}$  eine Veränderung des Weges aufgrund der Positionierung der Linientische erfolgt, können diese Strecken durch eine Konstante  $K_{i,1} = L_{i,1} + L_{i,2} + L_{i,3}$  zusammengefasst werden. Ebenso können die Strecken  $L_{i,4}$  und  $L_{i,6}$  durch Einführen von Konstanten sinnvoller ausgedrückt werden.

$$\begin{aligned} L_{i,4} &= K_{i,2} + y \\ L_{i,6} &= K_{i,3} + x \end{aligned}$$

In Abbildung 4.5 ist das Spiegelsystem aus Abbildung 3.8 schematisch aus verschiedenen Perspektiven gezeigt. Strahl I des Interferometers ist hier auf einen Neutronenspiegel gerichtet, der direkt auf dem Messgranit liegt. Dieser Spiegel weist eine hohe Parallelität und somit eine konstante Dicke  $H_I$  auf. In Kombination mit der hohen Ebenheit des Messgranits eignet sich deswegen dieser Spiegel gut als Referenzebene. Die Höhen der beiden anderen Spiegel lassen sich nun durch  $H_I$ ,  $L_I$ ,  $L_{II}$  und  $L_{III}$  ausdrücken, wenn die Konstanten  $K_{i,4}$  eingeführt werden:

$$H_{II} = K_{II,4} + H_I + L_{I,8} - L_{II,8} , \tag{4.4}$$

$$H_{III} = K_{III,4} + H_I + L_{I,8} - L_{III,8} . \tag{4.5}$$

Die Längen  $L_{i,8}$  können durch die Gesamtlänge

$$L_i = K_i + x + y + L_{i,8}$$

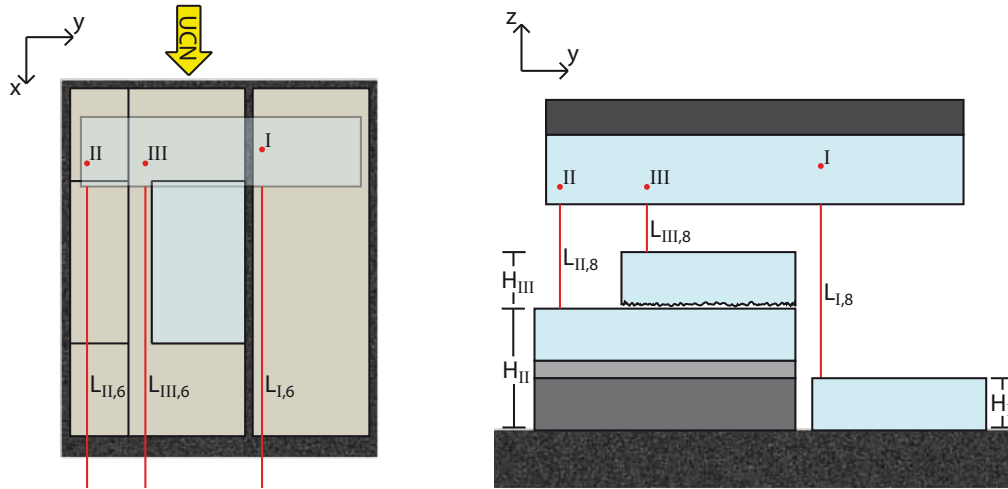


Abbildung 4.5: Perspektivische Ansichten des Spiegelsystems zur Untersuchung von Zustandsanregungen: Aufsicht (links) und Seitenansicht (rechts).

ausgedrückt, wobei hier alle Konstanten und die Strecken im zweiten und dritten Prisma in

$$K_i = L_{i,5} + L_{i,7} + \sum_{j=1}^4 K_j$$

zusammengefasst wurden. In Abschnitt 4.3.1 wird gezeigt, dass die Strecke im Prisma bis auf kleine Abweichungen, die dort noch näher diskutiert werden, nur von der Prismagröße abhängen. Da alle drei Strahlen durch gleich große Prismen gehen, können diese Längen als Konstanten angesehen werden. Dadurch verändern sich Gleichung 4.4 und 4.5 zu

$$H_{II} = L_I - L_{II} + K_I - K_{II} + K_{II,4} + H_I, \quad (4.6)$$

$$H_{III} = L_I - L_{III} + K_I - K_{III} + K_{III,4} + H_I. \quad (4.7)$$

Vorteil dieser differentiellen Längenmessung ist, dass die Abhängigkeit von der Position der Lineartische wegfällt und somit die Genauigkeit der Abstandsmessung nicht von der Positioniergenauigkeit der Tische abhängt. Um die Höhenänderungen der Spiegel zu messen, genügt es, die relative Längenmessung des Interferometers zu verwenden. Im folgenden Abschnitt wird das Prinzip dieser Messung dargestellt.

## Längenmessung

Als Grundlage der Abstandsmessung dient ein Michelson-Interferometer, das einen HeNe-Laser als kohärente Lichtquelle verwendet. Das Grundprinzip dieses Interferometertyps ist in Abbildung 4.6 dargestellt. Bei dem Interferometer wird die Interferenzeigenschaft einer kohärenten Lichtquelle ausgenutzt. Der vom Laser emittierte Strahl wird in einem Strahlteiler aufgeteilt (grüne und rote Linie in Abbildung 4.6) und auf den Referenzspiegel bzw. auf den Messspiegel geführt, wo sie reflektiert werden. Beide Strahlen durch-

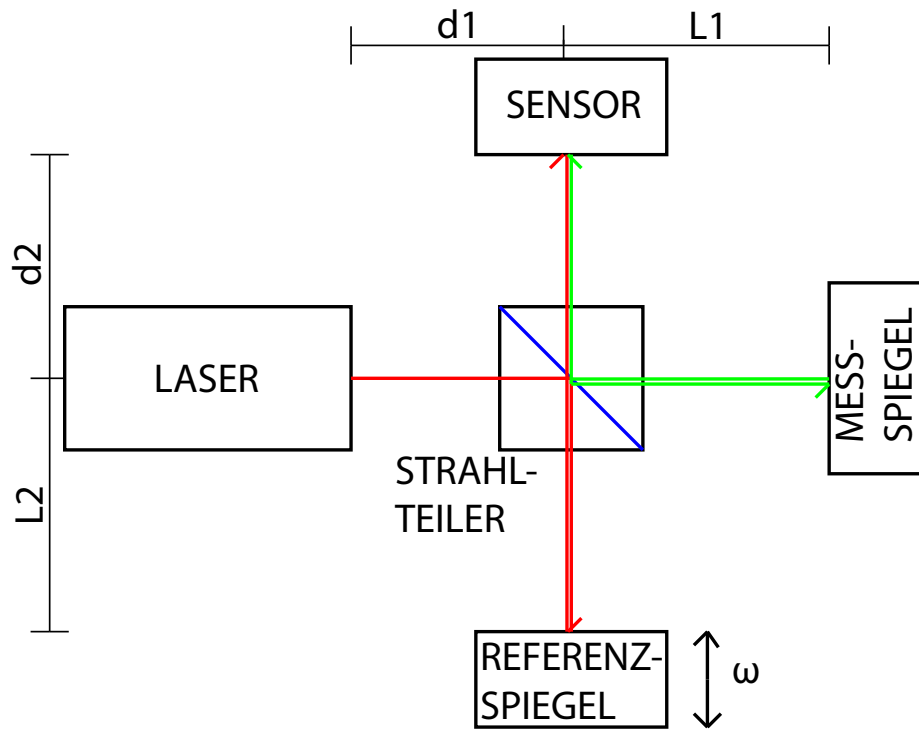


Abbildung 4.6: Schematische Darstellung eines Michelson-Interferometers

queren ein zweites Mal den Strahlteiler und treffen auf den Sensor. Die Wellenfunktion der beiden Teilstrahlen am Sensor ist

$$\Psi_{\text{I}}(l) = r \cdot \frac{A_0}{2} e^{-i(k \cdot (d_1 + 2L_1 + d_2) - \omega t)}$$

$$\Psi_{\text{II}}(l) = \frac{A_0}{2} e^{-i(k \cdot (d_1 + 2L_2 + d_2) - \omega t)} .$$

$r$  repräsentiert hier den gesamten Abschwächungsfaktor der Teilwelle  $\Psi_{\text{I}}$ , der sich durch Strahldivergenz über die Länge  $L_1$  und Verlustfaktoren bei Transmission und Reflexion an optischen Elementen ergibt.

Der Laser ist frequenzstabilisiert und weist nach der Einlaufzeit eine Stabilität von ca.  $2 \cdot 10^{-8}$  auf. Daraus berechnet sich die Kohärenzlänge zu

$$l_{\text{koh}} = \frac{c}{\Delta f} = c \cdot \frac{\lambda}{10^{-8} \cdot c} \approx 50\text{m}$$

mit der Wellenlänge des Laser  $\lambda = 633 \text{ nm}$  und der Lichtgeschwindigkeit  $c$ . Somit ist die Kohärenzlänge wesentlich größer als der Abstand zwischen Laserquelle und Messpunkt  $2L_1 \approx 4\text{m} \ll l_{\text{koh}}$ . Die beiden Teilwellen interferieren am Sensor und ergeben eine

Intensität von

$$\begin{aligned}
 I(\Delta L) &= (\Psi_I + \Psi_{II})^*(\Psi_I + \Psi_{II}) \\
 &= \frac{A_0^2}{4} 1 + r^2 + r(e^{2k\Delta L} + e^{-2k\Delta L}) \\
 &= \frac{I_0}{2} \left( \frac{1+r^2}{2} + r \operatorname{Cos}\left[\frac{4\pi}{\lambda} \Delta L\right] \right) .
 \end{aligned}$$

Hier ist  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  die Wellenzahl und  $\Delta L = L_2 - L_1$  die Wegdifferenz der beiden Strahlen.

Optional kann ein sogenannter *Schwinger* bei der Längenmessung verwendet werden. Im Sensorkopf wird der Referenzspiegel mit einer Frequenz  $\omega_S$  und Amplitude  $A_S$  in eine Schwingung versetzt. Diese addiert sich zur Wegdifferenz und es ergibt sich ein zeitabhängiger Intensitätsverlauf

$$I(\Delta L, t) = \frac{I_0}{2} \left( \frac{1+r^2}{2} + r \operatorname{Cos}\left[\frac{4\pi}{\lambda} (\Delta L + A_S \operatorname{Sin}[\omega_S t])\right] \right) .$$

Der Schwinger dient zur Erhöhung der Messgenauigkeit für langsame Wegänderungen. Für Frequenzmessungen muss dieser Schwinger jedoch abgeschaltet werden, weil sich diese Schwingung mit der Schwingung des Neutronenspiegels überlagern und dadurch die gemessene Schwingungsamplitude verfälschen würde.

Die Auswerteeinheit des Interferometers interpretiert den Intensitätsverlauf am Sensor und errechnet daraus die Längenänderung. Die Intensität am Sensor ist  $\lambda/2$ -periodisch und dadurch ist die Information über die tatsächliche Wegdifferenz unbekannt. Es ist nur möglich Änderungen dieser Wegdifferenz zu messen, indem die Auswerteeinheit Minimadurchgänge der Intensität zählt. Daraus vereinfachen sich Gleichung 4.6 und 4.7 weiter zu

$$\Delta H_i(t) = H_i(t) - H_i(0) = \Delta L_I(t) - \Delta L_i(t) \tag{4.8}$$

mit

$$\Delta L_i(t) = L_i(t) - L_i(0) .$$

Da äußere Einflüsse entweder von der Gesamtlänge des optischen Pfades oder den verwendeten Komponenten abhängen, ist die Messung der Differenzen eine Möglichkeit, Fehlerquellen zu minimieren. In Kapitel 4.3.4 werden die äußeren Einwirkungen auf das System näher beschrieben.

## 4.3 Systematik

Die Messung von Längenänderungen im  $\mu\text{m}$ -Bereich erfordert genaue Kenntnis über die Eigenschaften der verwendeten Komponenten. In diesem Abschnitt werden die Parameter des Systems näher erläutert, die die Genauigkeit der Messung limitieren.

### 4.3.1 Strahlableitung im Pentaprisma

In Abschnitt 4.1 wurde beschrieben, dass zur Strahlableitung hauptsächlich Pentaprismen eingesetzt werden. Dieser Abschnitt befasst sich ausführlich mit der Strahlführung in diesen optischen Elementen und ihre Auswirkungen auf die Längenmessung. Es wird



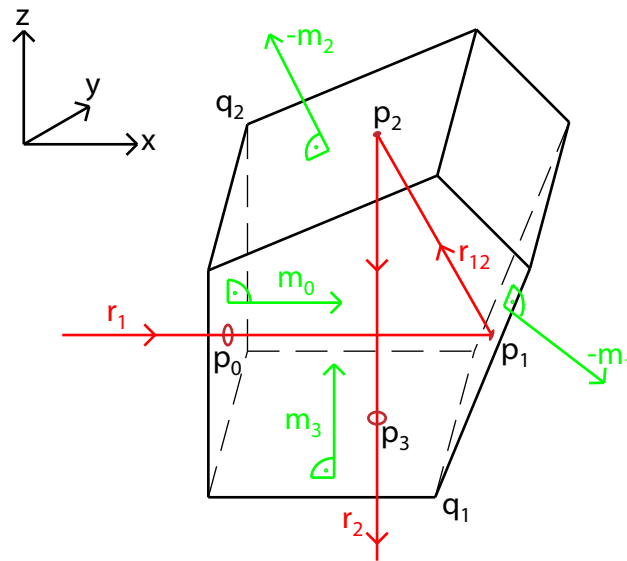


Abbildung 4.7: Strahlengang durch ein Pentaprisma

zeigt, welchen Einfluss Verkippungen und Translationen der Prismen auf die Längenmessung des Interferometers haben. Des Weiteren wird auf die Eigenschaft des Pentaprismas eingegangen, Laserstrahlen um exakt  $90^\circ$  abzulenken.

Der Strahlengang durch ein Pentaprisma ist in Abbildung 4.7 dargestellt. Im Wesentlichen ist er durch die Spiegelung an zwei Planspiegeln gegeben. Aus Gründen der Veranschaulichung wurden in Abbildung 4.7 die Normalvektoren der beiden Spiegelebenen  $m_1$  und  $m_2$  um  $180^\circ$  gedreht eingezeichnet. Die entscheidende Eigenschaft des Pentaprisma ist, dass der einfallende Strahl um exakt  $90^\circ$  abgelenkt wird. Dies wird dadurch gewährleistet, dass beide Spiegel des Prismas zueinander um  $45^\circ$  gekippt sind. Die Normalvektoren ergeben sich bezüglich des Koordinatensystems aus Abbildung 4.7 zu

$$\mathbf{m}_1 = \begin{pmatrix} m \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+m^2}}$$

und

$$\mathbf{m}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ m \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+m^2}}$$

mit  $m = \sqrt{2} - 1$ . Die Spiegelung an einer Ebene mit dem Normalvektor  $\mathbf{n}$  ergibt den gespiegelten Vektor

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - 2(\mathbf{r} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n}, \quad (4.9)$$

wobei hier  $\mathbf{r}$  der einfallende, normierte Vektor ist. Werden beide Spiegeloperationen auf den einfallenden Vektor  $\mathbf{r}_1 = (x, y, z)^T$  sukzessive angewendet, ergibt sich der ausfal-

lende Vektor zu

$$\mathbf{r}_2 = \begin{pmatrix} z \\ y \\ -x \end{pmatrix}.$$

Wird der einfallende und der ausfallende Vektor in die  $xz$ -Ebene projiziert, ergibt sich eine exakte  $90^\circ$ -Ablenkung, da

$$\left( \mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2 \right)_{y=0} = 0$$

für beliebige  $(x, z)$ -Werte gegeben ist. Die  $y$ -Komponente hingegen bleibt unverändert. Der Durchgang durch ein Pentaprisma kann deshalb zusammenfassend in der Transmissionsmatrix

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

dargestellt werden.

### Richtungsänderung

Bei der Positionierung der Prismen ist es nicht gewährleistet, dass die Neigung und die Position der Prismen relativ zum einfallenden Strahl unverändert bleiben. Die Änderung der Neigung kann durch Drehungen des Prismas um die Koordinatenachsen beschrieben werden. Hier wird die  $x$ -Achse um  $\phi$ , die  $y$ -Achse um  $\theta$  und die  $z$ -Achse um  $\eta$  gedreht. Diese lassen sich gemeinsam durch

$$\begin{aligned} D(\phi, \theta, \eta) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos[\phi] & -\sin[\phi] \\ 0 & \sin[\phi] & \cos[\phi] \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos[\theta] & 0 & \sin[\theta] \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin[\theta] & 0 & \cos[\theta] \end{pmatrix} \cdot \\ &\cdot \begin{pmatrix} \cos[\eta] & \sin[\eta] & 0 \\ -\sin[\eta] & \cos[\eta] & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.10)$$

ausdrücken. Um die Transmissionsmatrix für ein gedrehtes Prisma zu erhalten, macht es Sinn, nicht die obige Rechnung für zwei gedrehte Spiegel zu wiederholen, sondern das Koordinatensystem so zu drehen, dass das Prisma wieder durch die Transmissionsmatrix  $T$  beschrieben werden kann. Nach Anwenden von  $T$  wird das Koordinatensystem wieder zurückgedreht und man erhält die Transmissionsmatrix eines gedrehten Prismas

$$T(\phi, \theta, \eta) = D^{-1}(\phi, \theta, \eta) \cdot T \cdot D(\phi, \theta, \eta).$$

Für diese Matrix existiert zwar eine analytische Darstellung, diese ist jedoch sehr komplex. Wie in Abschnitt 4.3.3 gezeigt wird, sind die Drehwinkel, die sich bei der Positionierung der Prismen ergeben, klein. Darum kann  $T(\phi, \theta, \eta)$  nach  $\phi$ ,  $\theta$  und  $\eta$  entwickelt werden:

$$\begin{aligned} T(\phi, \theta, \eta) &= \begin{pmatrix} 2\phi\theta\eta & \phi + \eta + \phi\theta & 1 - \phi\eta(1 + \theta) \\ -\phi + \eta + \phi\theta & 1 - 2\phi\theta\eta & -\phi - \eta - \phi\eta \\ -1 + \phi\eta(-1 + \theta) & -\phi + \eta + \phi\theta & 0 \end{pmatrix} \\ &+ \mathcal{O}(\phi^2) + \mathcal{O}(\theta^2) + \mathcal{O}(\eta^2). \end{aligned}$$

In Abschnitt 4.3.2 wird gezeigt, dass die Drehwinkel nicht größer als  $7 \cdot 10^{-5}$  sein dürfen. Wird dieser Wert als obere Grenze für alle zulässigen Winkel gewählt, sind Mischterme aus zwei verschiedenen Winkel kleiner als  $5 \cdot 10^{-9}$ . Der Effekt dieser Mischterme auf die Strahlrückführung und die Längenänderung kann deshalb vernachlässigt werden. Die Transmissionsmatrix vereinfacht sich dadurch weiter zu

$$T(\phi, \theta, \eta) = \begin{pmatrix} 0 & \phi + \eta & 1 \\ -\phi + \eta & 1 & -\phi - \eta \\ -1 & -\phi + \eta & 0 \end{pmatrix}.$$

Da  $\theta$  nicht mehr in die Matrix eingeht, ist auch Abhängigkeit von der Drehung um die  $y$ -Achse verschwunden. Ein einfallender Strahl

$$\mathbf{r}_1 = (1, 0, 0)^T$$

wird somit nach

$$\mathbf{r}_2 = (0, -\phi + \eta, -1)^T \quad (4.11)$$

abgelenkt. Projiziert auf die  $xz$ -Ebene erfolgt wie im nicht gedrehten Fall eine  $90^\circ$ -Ablenkung. Wegen dieser Eigenschaft eignen sich Pentaprismen besser als Planspiegel zur Ablenkung von Laserstrahlen, insbesondere wenn sie in Verbindung mit beweglichen Positioniersystemen eingesetzt werden. Zusätzlich beeinflusst hier nur eine Linearkombination der beiden Drehwinkel  $\phi$  und  $\eta$  die Strahlablenkung in  $y$ -Richtung. Dieses Verhalten zeigt sich auch bei der Justage der Prismen im Experiment wieder, da die Strahlrückführung durch Kippen einer Ebene des Prismas eingestellt werden kann.

### Längenänderung durch Translation

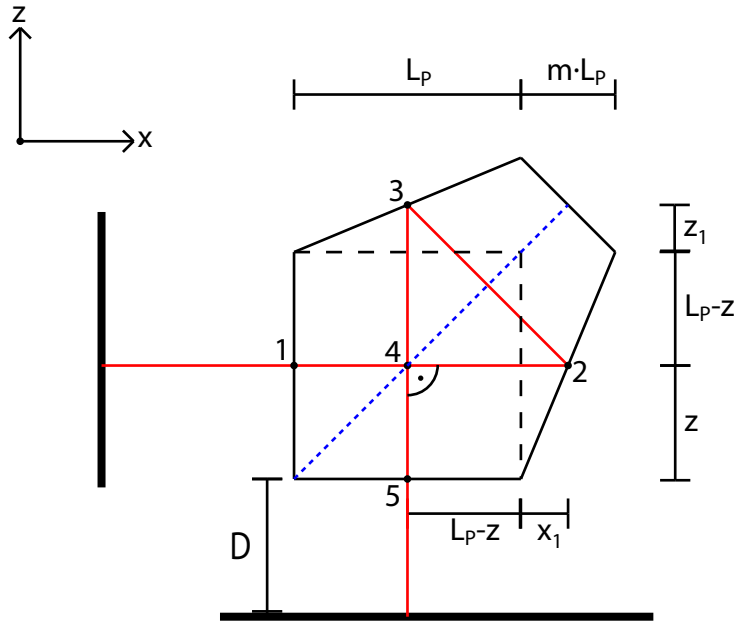
Neben der Änderung der Strahlrichtung, kann sich auch die gemessene Weglänge ändern, wenn das Prisma bewegt wird. Zuerst sollen die Einflüsse einfacher Translationen entlang den Koordinatenachsen diskutiert werden.

In Abbildung 4.8 ist die Projektion des Pentaprismas in die  $xz$ -Ebene dargestellt. Die dicke, vertikale Linie symbolisiert den Startpunkt des optischen Pfades und die horizontale Linie ein Objekt, das gemessen werden soll.  $L_P$  ist hier die Kantenlänge des Prismas und die Richtung des einfallenden Strahls wird auf  $(1, 0, 0)^T$  gesetzt, wodurch dem Prisma eine weitere Symmetrieachse (blaue, gestrichelte Linie in Abbildung 4.8) hinzugefügt wurde.

Auf Grund der Symmetrie bezüglich der  $y$ -Achse bewirkt eine Verschiebung des Prismas entlang dieser Achse keinen Wegunterschied. Eine Verschiebung entlang der  $x$ -Achse hat nur zur Folge, dass der Abstand des Startpunktes zu Punkt 1 verändert wird. Der Strahlengang im Prisma und die Wegstrecke von Punkt 4 zur horizontalen Linie bleiben bei dieser Transformation invariant. Daraus ergibt sich die Änderung des gesamten Lichtweges zu

$$\Delta L = \Delta x.$$

Bei einer Verschiebung entlang der  $z$ -Achse ändert sich jedoch der Strahlengang und analog zur Verschiebung in  $x$ -Richtung verändert sich auch der Abstand von Punkt 4 zur horizontalen Linie. Die Weglänge im Prisma  $L_{P,ges}$  berechnet sich über die Länge der Teilstrecken von Punkt zu Punkt  $r_{i,j}$ . Aus Symmetriegründen reicht es die Strecke


 Abbildung 4.8: Projektion des Pentaprismas in die  $xz$ -Ebene

$r_{5,4} = z$ ,  $r_{4,2} = L - z + mz$  und  $r_{2,3} = \sqrt{2}r_{4,2}$  zu berechnen und das Ergebnis zu verdoppeln:

$$\begin{aligned} L_{P,ges} &= 2(r_{5,4} + r_{4,2} + \frac{r_{2,3}}{2}) \\ &= L(2 + \sqrt{2}) + z(1 + m - 1 + (m - 1)\frac{\sqrt{2}}{2}) \\ &= L(2 + \sqrt{2}). \end{aligned}$$

Dabei wurde

$$(m - 1)\frac{\sqrt{2}}{2} = (\sqrt{2} - 2)\frac{\sqrt{2}}{2} = 1 - \sqrt{2} = -m$$

ausgenutzt. Die Weglänge im Prisma ist also unabhängig von der Eintrittshöhe  $z$ . Dadurch bleibt nur die Wegänderung außerhalb des Prismas, die analog zur Verschiebung in  $x$ -Richtung betrachtet werden kann. Zusammenfassend kann die Längenänderung entlang eines beliebigen Translationsvektor  $\Delta \mathbf{r} = (\Delta x, \Delta y, \Delta z)^T$  durch

$$\Delta L(\Delta \mathbf{r}) = \Delta x - \Delta z \quad (4.12)$$

ausgedrückt werden.

### Längenänderung innerhalb des Prismas durch Verkippung

Um die Wirkung von Verkippungen auf die Wegstrecke im Prisma zu berechnen wird, wird der Ursprung des Koordinatensystems in der Mitte der Strecke zwischen den Punkten  $q_1$  und  $q_2$  in Abbildung 4.7 gelegt. Die Koordinaten der Punkte sind dann durch

$$\mathbf{q}_1 = \frac{L_P}{2}(1, -1, -1)^T$$

und

$$\mathbf{q}_2 = \frac{L_P}{2} (-1, 1, 1)^T$$

gegeben. Zusammen mit den Normalvektoren der Einfallsebene

$$\mathbf{m}_0 = (1, 0, 0)^T$$

und der Ausfallsebene

$$\mathbf{m}_3 = (0, 0, 1)^T$$

können alle relevanten Ebenen durch die Normalform

$$E_i(\mathbf{r}) : (\mathbf{r} - \mathbf{q}_i) \cdot \mathbf{m}_i = 0 \begin{cases} j = 1 & \text{für } i \text{ ungerade,} \\ j = 2 & \text{für } i \text{ gerade} \end{cases}$$

beschrieben werden. Mit Hilfe der Drehmatrix 4.10 und der Spiegeloperation 4.9 lässt sich der Schnittpunkt  $\mathbf{p}_1$  mit der ersten Spiegelebene  $E_1$  zu

$$\mathbf{p}_1 = D(\phi, \theta, \eta) \cdot \mathbf{p}_0 + \lambda \mathbf{r}_1$$

berechnen. Hier ist  $\mathbf{p}_0$  der Schnittpunkt des einfallenden Strahls mit der ursprünglichen Einfallsebene.  $\mathbf{r}_1$  ist der Richtungsvektor des Strahls, der nicht mit gedreht wird.  $\lambda$  muss aus der Ebenengleichung

$$\left( D(\phi, \theta, \eta) \cdot \mathbf{p}_0 + \lambda \mathbf{r}_1 - D(\phi, \theta, \eta) \cdot \mathbf{q}_1 \right) \cdot \left( D(\phi, \theta, \eta) \cdot \mathbf{m}_1 \right) = 0$$

bestimmt werden. Der gespiegelte Richtungsvektor ist durch

$$\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_1 - 2 (\mathbf{r}_1 \cdot (D(\phi, \theta, \eta) \cdot \mathbf{m}_1)) \cdot (D(\phi, \theta, \eta) \cdot \mathbf{m}_1)$$

gegeben. Nach diesem Rezept werden der Reihe nach die restlichen Schnittpunkte  $\mathbf{p}_2$  und  $\mathbf{p}_3$  berechnet. Die Weglänge im Prisma ergibt sich schließlich durch die Abstände zwischen den Schnittpunkten. Es ist zwar möglich einen analytischen Ausdruck für die Länge im Prisma anzugeben, dieser ist aber sehr komplex. Für  $\mathbf{r}_1 = (1, 0, 0)^T$  und  $\mathbf{p}_0 = (-\frac{L_P}{2}, 0, 0)^T$  wurde dieser Ausdruck nach kleine Winkel entwickelt und es zeigt sich, dass die Weglänge in erster Ordnung unabhängig von den Drehwinkeln  $\phi$ ,  $\theta$  und  $\eta$  ist:

$$L_{P,ges}(\phi, \theta, \eta) = L_P (2 + \sqrt{2}) + \mathcal{O}(\phi^2) + \mathcal{O}(\theta^2) + \mathcal{O}(\eta^2).$$

In Abbildung 4.9 der Einfluss der Drehungen gezeigt, der sich ergibt, wenn keine Näherung vorgenommen wird. Dabei wird hier die Änderung des Weges relativ zum Fall keiner Verkipfung und auf die Kantenlänge des Prismas  $L_P$  normiert angegeben:

$$\frac{\Delta L}{L_P}(\phi, \theta, \eta) = \frac{1}{L_P} \left( L_{P,ges}(\phi, \theta, \eta) - L_{P,ges}(0, 0, 0) \right).$$

Im dargestellten Winkelbereich ist die relative Wegänderung vernachlässigbar klein. Die Drehung um die  $x$ -Achse hat überhaupt keinen Effekt, was sich auch aus Symmetriegründen ergibt. Eine Drehung um diese Achse ändert nur die Richtung des ausfallenden Vektors, lässt aber die Form des Strahlenweges im Prisma invariant. Verkipfungen um

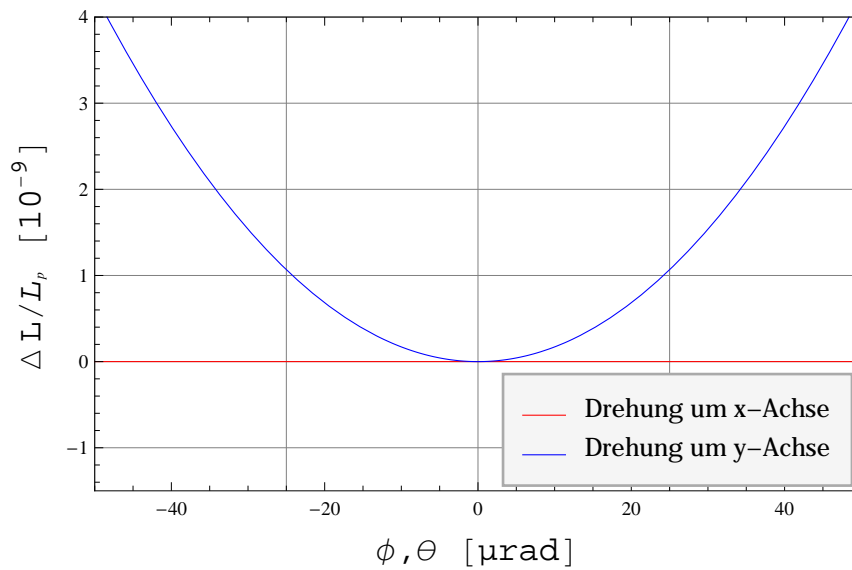


Abbildung 4.9: Relative Wegänderung im Prisma: Die rote Kurve zeigt den Effekt einer Drehung des Prismas um die  $x$ -Achse, die hier senkrecht zur Einfallsebene des Prismas steht. Die blaue Kurve stellt den Einfluss einer Drehung um die  $y$ -Achse dar. Die Drehung um die  $z$ -Achse wurde nicht gezeichnet, da sie deckungsgleich zur blauen Kurve ist.

die beiden anderen Achsen haben zur Folge, dass der Weg im Prisma leicht gekippt wird und sich analog zum zweidimensionalen Fall mit einer gestreckten Kantenlänge

$$L_P' = \frac{L_P}{\cos[\theta]},$$

bzw.  $\eta$  analog beschreiben lässt. Für kleine Winkel kann der Kosinus durch 1 genähert werden. Zusammenfassend ergibt sich für kleine Drehungen, dass die Länge des optischen Pfades innerhalb des Prismas gleich bleibt.

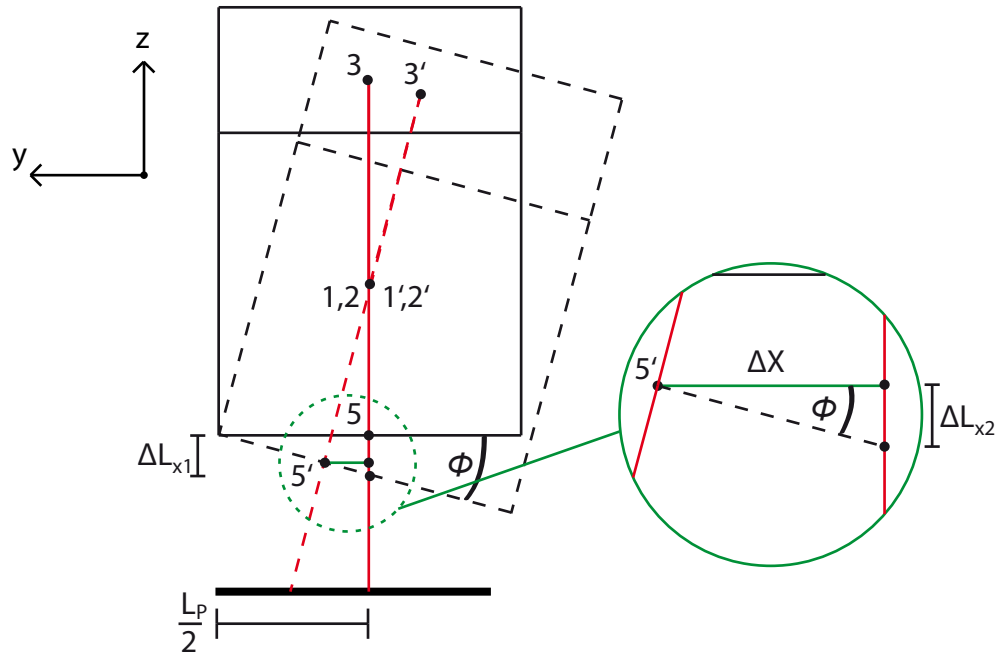
### Längenänderungen außerhalb des Prismas durch Verkippungen

Drehungen beeinflussen des Weiteren auch noch den Weg außerhalb des Prismas. Dies lässt sich in zwei Teile aufspalten. Zum Einen wird durch Verkippen des Ausfallvektors (siehe 4.11) der Abstand  $D$  zum Objekt auf

$$D' = \frac{D}{\cos[-\phi + \eta]}$$

verlängert und ist somit für kleine Winkel vernachlässigbar.

Zum Anderen werden die Koordinaten der Punkte, an denen der Strahl in das Prisma ein- und austritt (Punkt 1 und 5 in Abbildung 4.8), verschoben. Die obige Wahl des Koordinatenursprungs wird ab hier aufgegeben, da ein anderer Koordinatenursprung zur Veranschaulichung der Verkippungen besser geeignet ist. Im Allgemeinen sind die Positionen der Drehachsen beliebig wählbar, weil sich eine beliebige Drehung

Abbildung 4.10: Drehung des Prismas in der  $yz$ -Ebene

des Prismas immer als Superposition einer Drehung der charakteristischen Punkte  $\mathbf{q}_1$  und  $\mathbf{q}_2$  um den obigen Koordinatenursprung und einer Drehung des Koordinatenursprungs  $\mathbf{R}_0 = (X_0, Y_0, Z_0)^T$  ausdrücken lässt:

$$D(\phi, \theta, \eta) \cdot \mathbf{q}_i' = D(\phi, \theta, \eta) \cdot \mathbf{R}_0 + D(\phi, \theta, \eta) \cdot \mathbf{q}_i .$$

Für kleine Winkel lässt sich die Drehung des Koordinatenursprungs durch eine Translation nähern:

$$D(\phi, \theta, \eta) \cdot \mathbf{R}_0 - \mathbf{r}_0 = \begin{pmatrix} -Y_0 \eta + Z_0 \theta \\ +X_0 \eta - Z_0 \phi \\ -X_0 \theta + Y_0 \phi \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

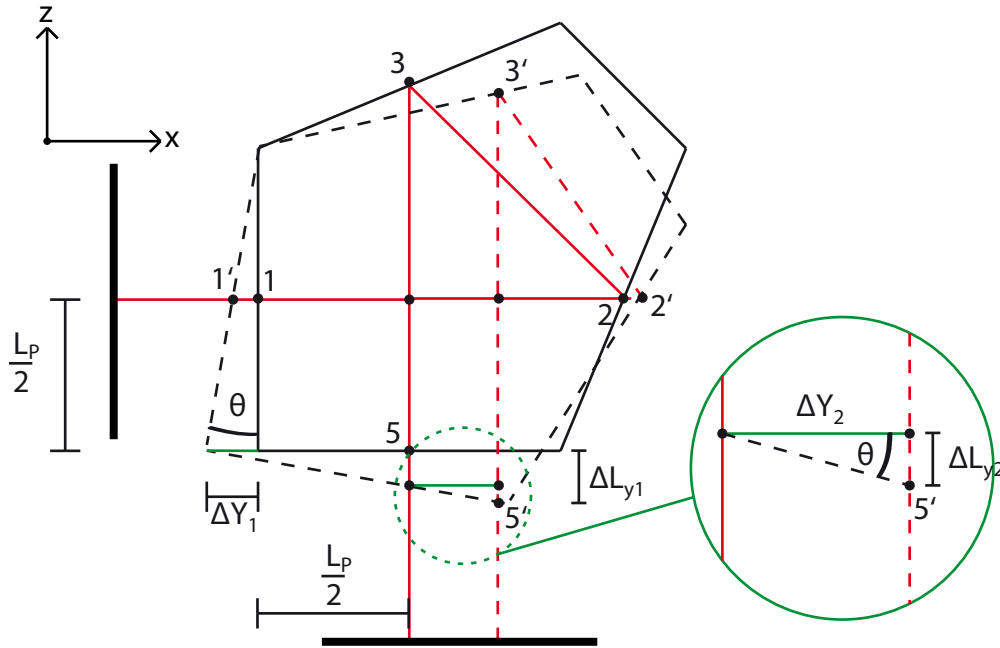
Der Einfluss von Translationen auf die Streckenänderung wurde in Gleichung 4.12 bereits diskutiert. Als neuer Koordinatenursprung wird der Punkt  $\mathbf{q}_2$  gewählt. Dadurch ergeben sich die Koordinaten der beiden charakteristischen Punkte zu

$$\mathbf{q}_1' = (L_P, -L_P, -L_P)^T$$

und

$$\mathbf{q}_2' = (0, 0, 0)^T .$$

Im Folgenden wird auf die gestrichelte Notation verzichtet und alle Vektoren  $\mathbf{v}'$  wieder durch  $\mathbf{v}$  dargestellt. Weiter wird die Richtung des einfallenden Strahls auf  $\mathbf{r}_1 = (1, 0, 0)^T$  und die Koordinate des Strahlursprungs auf  $\mathbf{r}_S = (x, -L_P/2, -L_P/2)^T$  gesetzt. Die  $x$ -Koordinate des Strahlursprungs soll hier willkürlich aber konstant sein. Alle anderen


 Abbildung 4.11: Drehung des Prismas in der  $xz$ -Ebene

Konfigurationen des Strahlursprungs und der Strahlrichtung können durch Drehung und Translation des Koordinatensystems erreicht werden.

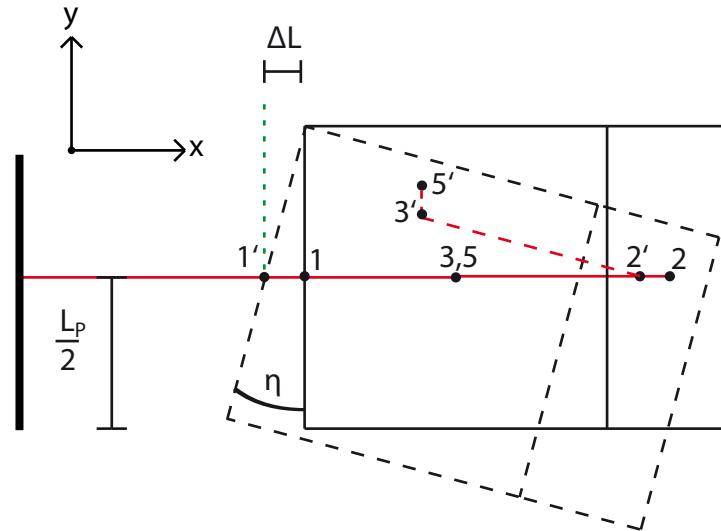
Die Drehung um die  $x$ -Achse um  $\phi$  ist in Abbildung 4.10 veranschaulicht. Durchgezogene Linien symbolisieren den nicht gekippten Fall und gestrichelte Linien die Situation nach der Drehung. In Rot ist der optische Pfad dargestellt und grüne Linien stehen für Hilfskonstruktionen. Zum besseren Vergleich des Strahlengangs sind die Punkte, an denen eine Reflexion bzw. ein Durchgang stattfindet, analog zu Abbildung 4.8 nummeriert. Da beide Pfade auf gleicher Höhe in das Prisma eintreten (Punkt 1), ergibt sich der gesamte Wegunterschied zu

$$\begin{aligned}
 \Delta L(\phi) &= L_{x1}(\phi) - L_{x2}(\phi) & (4.14) \\
 &= \frac{L_P}{2} \sin[\phi] - \Delta X \tan[\phi] \\
 &\approx \frac{L_P}{2} \phi,
 \end{aligned}$$

da  $\Delta x \propto \phi$  ist und sich somit  $L_{x2} \propto \phi^2$  ergibt, was vernachlässigt werden kann.  $\Delta X$  und die Indizes  $xi$  beziehen sich hier nicht auf eine Verschiebung in die  $x$ -Richtung, sondern symbolisieren die Zugehörigkeit zur Drehung um die  $x$ -Achse.  $\Delta Y_i$  und die Indizes  $yi$  sowie  $zi$  sind im Folgendem äquivalent zu verstehen.

Abbildung 4.11 stellt die Drehung um die  $y$ -Achse dar. Werden die Hilfsgrößen  $\Delta Y_i \propto$



Abbildung 4.12: Drehung des Prismas in der  $xy$ -Ebene

$\theta$  eingeführt, kann die Änderung der Weglänge des optischen Pfades zu

$$\begin{aligned}\Delta L(\theta) &= \left(\frac{L_P}{2} + \Delta Y_1\right) \sin[\theta] - \Delta Y_2 \tan[\theta] + \frac{L_P}{2} \sin[\theta] \\ &\approx L_P \theta\end{aligned}\quad (4.15)$$

berechnet werden. Hier wurden Terme der Ordnung  $\theta^2$  oder höher vernachlässigt. Die Drehung um die  $z$ -Achse wird in Abbildung 4.12 gezeigt. Die Längenänderung ist hier allein durch den Abstand von Punkt 1' zu Punkt 1 gegeben, da die Wegstrecke im Prisma invariant gegenüber Verkippungen ist und die Ebene, in der die Strahlen austreten, parallel zur Messebene sind. Dadurch ergibt sich die Längenänderung zu

$$\Delta L(\eta) \approx \frac{L_P}{2} \eta. \quad (4.16)$$

Für kleine Verkippungen können nun Gleichung 4.14, 4.15 und 4.16 kombiniert werden und man erhält unter Berücksichtigung der Vorzeichen eine gesamte Wegänderung von

$$\Delta L(\phi, \theta, \eta) = -\frac{L_P}{2} (\phi + 2\theta + \eta). \quad (4.17)$$

Für 20 mm große Prismen treten erst bei Verkippungen von  $50 \mu\text{rad}$  Abweichungen auf, die größer als  $1 \mu\text{m}$  sind. Jedoch wird dieser Winkelbereich weiter eingeschränkt, wenn die Verkippungsachsen außerhalb des Prismas sind und somit Gleichung 4.13 zur dominierenden Fehlerquelle wird. Die Genauigkeit des gesamten Systems ist deshalb abhängig von den Positionen der einzelnen Prismen und wird aus diesem Grund in Abschnitt 4.3.3 weiter vertieft.

### 4.3.2 Anforderungen an die Strahlrückführung

Verkippungen der Strahlrichtung haben nicht nur einen Fehler der Längenmessung zur Folge, sondern können dazu führen, dass der Messstrahl nicht wieder zum Interferometer

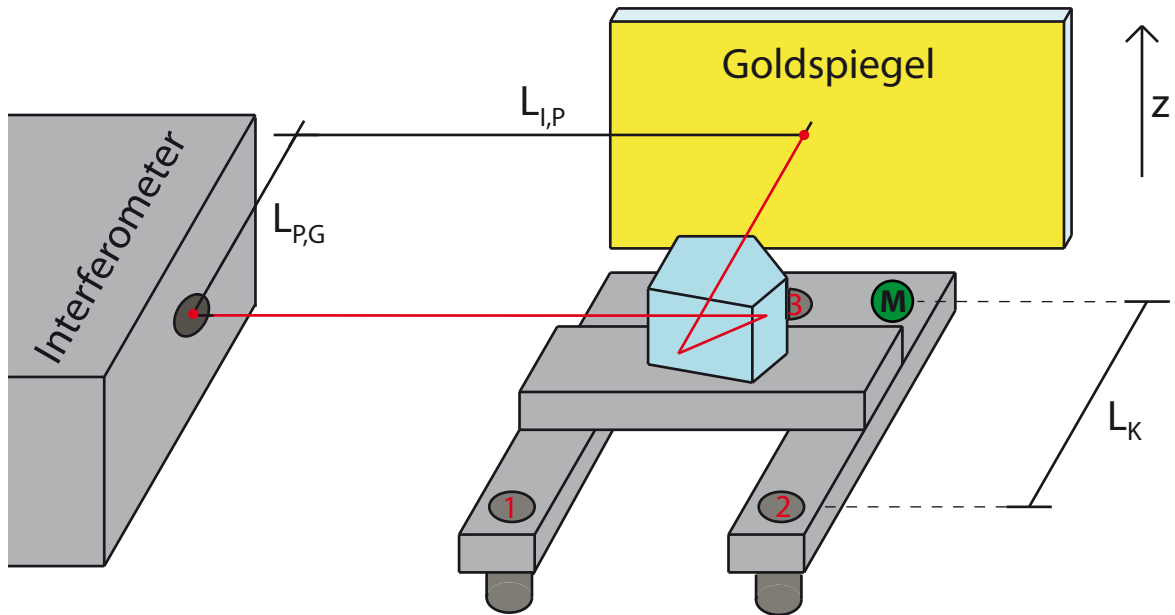


Abbildung 4.13: Versuchsaufbau zur Messung der Signalstärke

zurückgeführt wird. In diesem Fall wäre die Interferenz komplett verloren und somit auch jegliche Information über die Längenänderung. Erst wenn der Strahl wieder in das Interferometer zurückgeführt wird, können erneut Längenmessungen vorgenommen werden. Jedoch ist es nicht möglich einen Bezug zu dem Messwert vor der Unterbrechung herzustellen.

In diesem Abschnitt werden deshalb die Anforderungen an ein Positioniersystem gezeigt, die erfüllt werden müssen, um eine ausreichend große Intensität am Sensor des Interferometers zu erhalten. Dazu wurde ein Versuchsaufbau gewählt, bei dem eine kontrollierte Verkipfung eines Pentaprismas eingestellt werden kann. In Abbildung 4.13 ist dieser Aufbau schematisch dargestellt. Neben dem Interferometer und einem reflektierenden, goldbeschichteten Spiegel ist eine mechanische Konstruktion gezeigt. An den Positionen 1 bis 3 sind Piezokeramiken befestigt, die sich durch Anlegen einer elektrischen Spannung ausdehnen und somit den Abstand der mechanischen Konstruktion zur Auflagefläche ändern. Werden die Piezos mit unterschiedlichen Spannungen versorgt, resultiert daraus eine Verkipfung der Ebene, auf der das Prisma angebracht ist. An Position M ist ein Abstandsmesssystem positioniert, das einen Abstand  $L_K = 0.155$  m zur Verbindungsachse zwischen Punkt 1 und 2 hat. Wird nur die Spannung des Piezos an Position 3 variiert, ergibt sich aus der gemessenen Höhendifferenz  $\Delta z_M$  die Verkipfung des Prismas

$$\tan[\phi] = \frac{\Delta z_M}{L_K} .$$

Abbildung 4.14 zeigt in Blau die Daten der Signalstärkenmessung in Abhängigkeit der Verkipfung. Die Verkipfung um den Winkel  $\eta$  wurde vor der Messung so eingestellt, dass

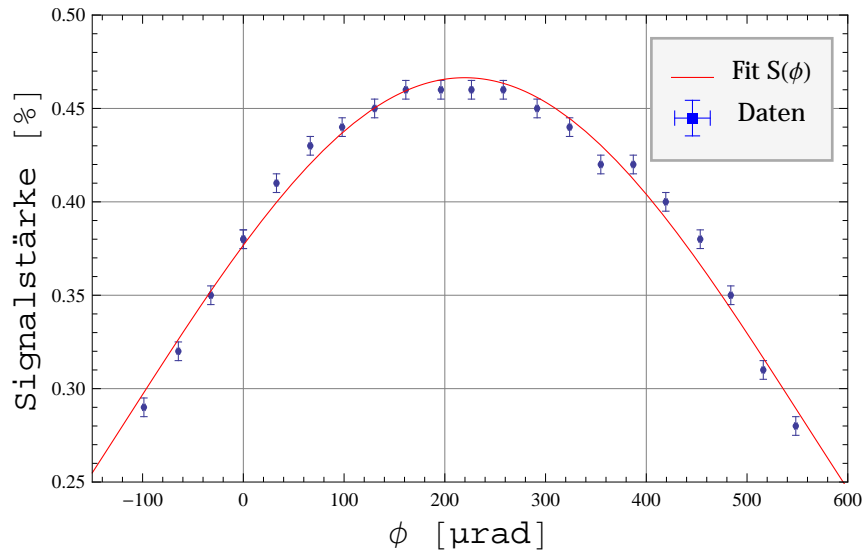


Abbildung 4.14: Signalstärke des Interferometers in Abhängigkeit der Verkippung

das Signal maximiert wurde. Die Verkippung um  $\phi$  wurde anfänglich nicht maximiert, sondern der Winkelbereich von ca.  $-150 \mu\text{rad}$  bis  $550 \mu\text{rad}$  gemessen. Aus diesem Grund ist das Maximum der Messwerte auch  $\Delta\phi$  verschoben. An die Daten wurde eine Gauß-Verteilung

$$S(\phi) = S_0 e^{-\frac{(\phi - \Delta\phi)^2}{2\sigma^2}}$$

angefittet. Der Fit ergibt die maximale Signalstärke  $S_0 = 0.466 \pm 0.003$ , die Verschiebung  $\Delta\phi = (220 \pm 3) \mu\text{rad}$  und die halbe Halbwertsbreite  $\sigma = (336 \pm 5) \mu\text{rad}$ . Dieses Ergebnis ist in Abbildung 4.14 durch die rote Kurve graphisch dargestellt.  $\Delta\phi$  repräsentiert nur eine Verschiebung der Messwerte, die durch den Startpunkt der Messreihe gegeben ist und hat keine weitere Bedeutung. Ebenso kann über  $S_0$  keine Aussage getroffen werden, da sie von der Anzahl und der Qualität der verwendeten optischen Komponenten abhängt. Dieser Einfluss wird unten näher diskutiert.

Einzig  $\sigma$  kann hier gedeutet werden, da darin die Information enthalten ist, wie weit gekippt werden kann, bis die Signalstärke ein zu niedriges Niveau erreicht und die Auswerteeinheit dadurch dem Signalverlauf der Intensität am Interferometer keinen Längenwert mehr zuordnen kann. Durch eine Verkippung um  $\phi$  verschiebt sich der zurückreflektierte Strahl vom Ausgangspunkt des Interferometers um ungefähr

$$(L_{I,P} + 2L_{P,G}) \sin[\phi] .$$

Hier geht der Abstand des Interferometers zum Pentaprisma  $L_{I,P} = 0.26 \text{ m}$  und der Abstand des Pentaprismas zum vergoldeten Spiegel  $L_{P,G} = 0.08 \text{ m}$  in die Berechnung ein.  $L_{I,P}$  geht nur einfach ein, da beim hinlaufenden Strahl erst die Verkippung am Prisma entsteht und somit auf dieser ersten Strecke keine Abweichung resultiert. Im späteren Aufbau werden die Abstände zwischen Prismen und den zu messenden Spiegeln jedoch größer sein. Deshalb muss  $\sigma$  auf die entsprechende Länge umgerechnet werden

$$\sigma(l) = \frac{L_{I,P} + 2L_{P,G}}{l} \sigma .$$

Für eine gesamte verkippte Strecke von  $l = 2 \text{ m}$  errechnet sich  $\sigma(l \approx 2 \text{ m}) \approx 70 \mu\text{rad}$ . Positioniersysteme müssen aus diesem Grund genauer als  $70 \mu\text{rad}$  fahren. Ansonsten ist es nicht mehr gewährleistet, dass über den gesamten Verfahrbereich die Längenmessung möglich ist. Dieser Winkelbereich ist wesentlich größer als die Abweichungen, die eine Längenmessung genauer als  $1 \mu\text{m}$  erlauben (vgl. Gleichung 4.17). Es kann aber durch eine geschickte Anordnung der optischen Elemente erreicht werden, dass ein gewisser Teil der Längenabweichung bei allen drei Strahlen gleichmäßig auftritt. Wird ein Strahl auf eine Referenzebene gelenkt und somit als Referenzlängenmessung deklariert, löschen sich diese Fehler aus, wenn nur Differenzen der einzelnen Längenmessungen betrachtet werden.

Eine zusätzliche Anforderung an das Gesamtsystem ist, dass die Anzahl der optischen Elemente, die jeder Strahl durchqueren muss, nicht zu hoch ist. Bei jeder Transmission durch ein Prisma oder der Reflexion an einem Planspiegel sinkt die Intensität des Laserstrahls. Eine minimale Anzahl an optischen Elementen ist jedoch nicht zu vermeiden, da es z.B. keinen Sinn macht das Interferometer, das ca. 15 kg schwer ist, zu positionieren. Dadurch würden die Positioniersysteme nicht mehr so genau fahren und die Messgenauigkeit würde sinken. Es muss also anhand der Anzahl der optischen Elemente ein Kompromiss zwischen Messgenauigkeit und Signalstärke gewählt werden.

### Transmissionsverluste

Die Abschwächung der Intensität des Laserstrahls kann abgeschätzt werden, wenn der optische Pfad in mehrere Teilbereiche aufgeteilt wird. Zum Einen ergeben sich Reflexionsverluste in den optischen Elementen, die im Aufbau eingesetzt werden. Daraus folgt eine relative Transmission von

$$T_{rel} = T_p^{2N_P} R_S^{2N_S} R_M, \quad (4.18)$$

wobei  $T_p \approx 0.92 \pm 0.005$  die Transmissionsgrad durch eine Pentaprisma,  $R_S \approx 0.98 \pm 0.005$  die Reflexionsgrad an einem Planspiegel und  $R_M \approx 0.98 \pm 0.005$  Reflexionsgrad an dem Messspiegel ist. Insgesamt werden  $N_P = 3$  Prismen und pro Laserstrahl jeweils  $N_S = 1$  Planspiegel im Aufbau des Abstandsmesssystem eingesetzt. Diese Elemente müssen auf dem Weg zum Messspiegel und wieder zurück passiert werden. Nach Gleichung 4.18 errechnet sich die Transmission von  $T \approx 0.57 \pm 0.04$ . Bei einem Testaufbau in Luft wurde direkt nach dem Einschalten des Interferometers eine Signalstärke von  $S_{Sys} = (53 \pm 0.5)\%$  gemessen. Im Vergleich zu diesem Aufbau wurde die Signalstärke bei Reflexion an nur einem Planspiegel direkt beim Interferometer zu  $S_{Sp} = (86 \pm 0.5)\%$  gemessen. Setzt man die beiden Signalstärken in Relation erhält man eine Transmission von  $T_{Sys} = \frac{S_{Sys}}{S_{Sp}} = 0.60 \pm 0.01$ , was auch durch die obige Abschätzung zu erwarten ist.

Zum Anderen verringert sich die Intensität aufgrund der Strahldivergenz des Lasers. Dazu wurde die Signalstärke des Laserstrahls bei verschiedenen Abständen  $L$  zu einem Spiegel gemessen. Die Messung wurde in Luft durchgeführt. Da die Einsatzumgebung des Interferometers im Experiment Vakuum ist, ist die Abschwächung durch Strahldivergenz hier als konservative Abschätzung zu verstehen. Über die Divergenz eines gauß'schen Strahlenbündels [Sal07]

$$w(L) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda L}{n \pi w_0^2}\right)^2}$$

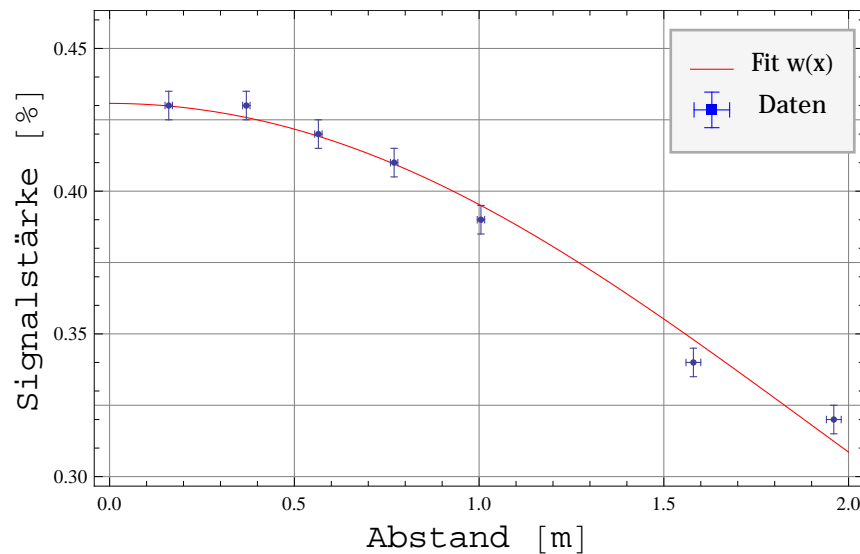


Abbildung 4.15: Messung zur Bestimmung der Strahldivergenz des Laserstrahls

und der radialen Intensitätsverteilung des Laserstrahls

$$I(r, L) = I_0 \left( \frac{w_0}{w(2L)} \right)^2 \text{Exp} \left[ -2 \frac{r^2}{w^2(2L)} \right]$$

lässt sich durch Integration ein Ausdruck für die Signalstärke

$$S(L) = S_0 \frac{\int_0^{w_0} I(r, L) dr}{\int_0^{w_0} I(r, 0) dr}$$

finden.  $I_0$  ist die maximale Intensität und  $\lambda = 633 \text{ nm}$  die Wellenlänge des Lasers. Der Brechungsindex von Luft wurde durch  $n \approx 1$  genähert. Bei der Berechnung der Intensität geht die doppelte Länge  $2L$  ein, da der optische Weg aufgrund des Hin- und Rückweges doppelt so groß ist wie der geometrische Abstand  $L$ . In Abbildung 4.15 sind die Messdaten und der dazugehörige Fit dargestellt. Die Signalstärke bei  $L = 0$  wurde hier noch mit einer maximalen Signalstärke  $S_0$  skaliert. Die beiden Fitparameter  $w_0$  und  $S_0$  ergeben sich zu:

$$\begin{aligned} w_0 &= (0.88 \pm 0.07) \text{ mm} , \\ S_0 &= 0.43 \pm 0.01 . \end{aligned}$$

$S_0$  hat einen geringen Wert, da das Lasermodul der Auswerteeinheit dejustiert war. Dadurch ist die Lichtleistung, die am Sensorkopf des Interferometers ankommt deutlich reduziert. Durch eine Neujustage des Lasermoduls kann die Lichtleistung wieder erhöht werden. Da es sich bei dieser Messung jedoch um eine Abschätzung handelt, wurde für diese Messung das Lasermodul nicht neu justiert.

Nähert man den Bereich zwischen  $L = 1 \text{ m}$  und  $L = 2 \text{ m}$  linear an, ergibt sich eine Verringerung der relativen Signalstärke

$$\frac{1}{S_0} \frac{\partial S}{\partial L} \approx 0.18 \frac{1}{\text{m}} .$$

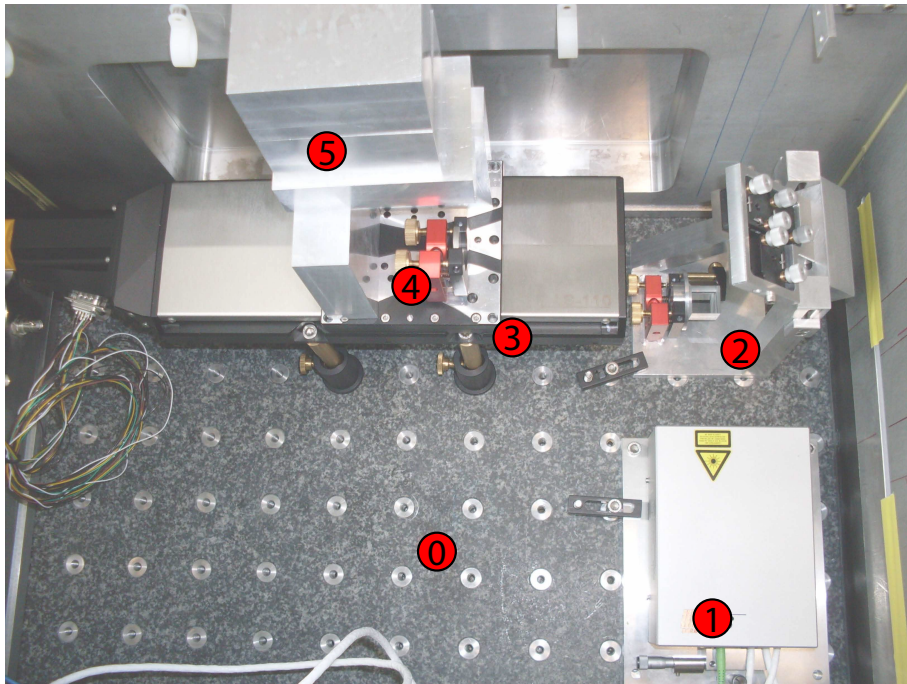


Abbildung 4.16: Versuchsaufbau zur Messung der Verkippungen beim Positionieren des Lineartisches: 0. Messgranit, 1. Laserinterferometer, 2. System zur StrahlAusrichtung, 3.  $y$ -Positioniereinheit, 4. Planspiegel, 5. Beschwerung

Aus der maximalen Fahrstrecke des Lineartisches von 0.3 m errechnet sich dann eine Abschwächung von 0.05. Diese Abweichung verändert bei einer durchschnittlichen Signalstärke von 53 %, wie sie im Experiment gemessen wurde, die absolute Signalstärke um 3 %.

### 4.3.3 Positioniergenauigkeit der Lineartische

Obwohl die eigentliche Position der Lineartische nicht für die Längenmessung herangezogen wird, verursachen Verkippungen des Schlittens, auf dem die Prismen befestigt sind, Fehler in der Längenmessung. Abbildung 4.16 zeigt den Aufbau zur Messung dieser Verkippungen. Alle drei Strahlen des Interferometers werden durch das System zur StrahlAusrichtung auf einen Planspiegel gelenkt, der auf dem Lineartisch befestigt ist. Alle Komponenten sind hier auf dem Messgranit verankert. Die drei Strahlen spannen ein rechtwinkliges, gleichschenkliges Dreieck auf mit einer Schenkellänge von  $d_s = 12$  mm. Durch die Messung der Längenänderung der einzelnen Interferometerstrahlen  $\Delta L_i$  kann die Verkippung zu

$$\text{Tan}[\theta] = \frac{\Delta L_{\text{I}} - \Delta L_{\text{II}}}{d_s}$$

berechnet werden.  $\eta$  berechnet sich analog über die Differenz zwischen Strahl II und III.

Die Messung wurde einmal ohne Beschwerung durchgeführt und ein zweites Mal mit einer Last von ca. 3 kg. Die Ergebnisse dieser Messung sind in Abbildung 4.17 und 4.18

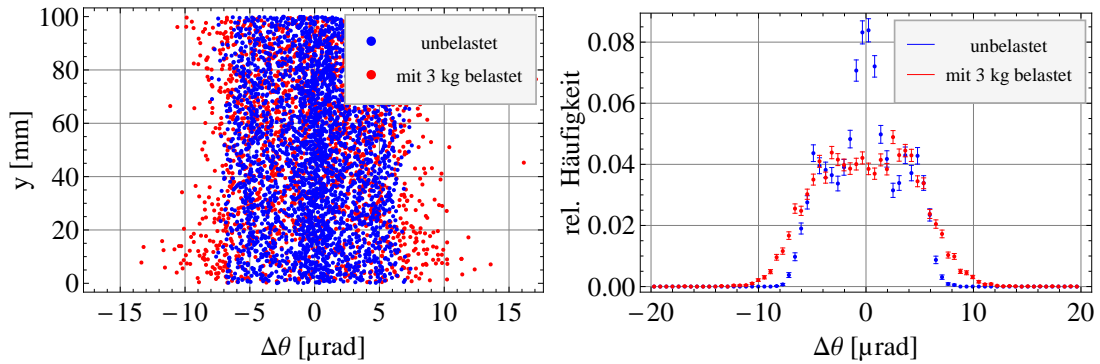


Abbildung 4.17: Verkipfung des Lineartisches durch Positionierung: In Blau ist die relative Häufigkeit der Verkipfung um  $\theta$  im unbelasteten Fall dargestellt und in Rot, wenn der Schlitten des Lineartisches mit 3 kg beschwert ist. Rechts ist die Verkipfung in Abhängigkeit von der Position des Lineartisches gezeigt.

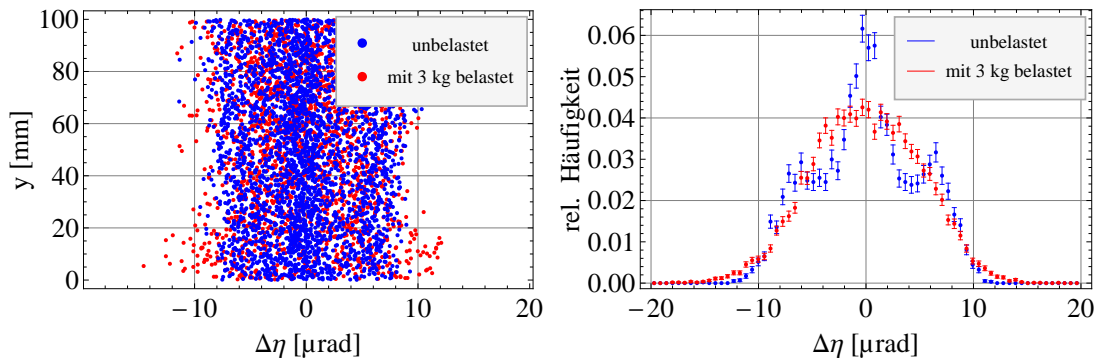


Abbildung 4.18: Verkipfung des Lineartisches um  $\eta$  durch Positionierung: Die Farbcodierung ist analog zu Abbildung 4.17.

dargestellt. Da die Laserstrahlen in einem Abstand von  $d_s = 12 \text{ mm}$  angeordnet sind, ergibt sich gemeinsam mit der Messgenauigkeit des Interferometers  $\sigma(\Delta L) = 0.05 \text{ } \mu\text{m}$  ein großer Fehler bei dieser Messung. Der Fehler des Abstandes zwischen den Strahlen kann hingegen vernachlässigt werden, da dieser typischerweise maximal  $0.1 \text{ mm}$  beträgt. Der Gesamtfehler kann aus diesem Grund durch

$$\sigma(\theta) = \frac{\sigma(\Delta L)}{d_s} = 4.2 \text{ } \mu\text{rad}$$

ausgedrückt werden, wobei  $\Delta\eta$  den gleichen Wert annimmt. Die Messungenauigkeit hat also die gleiche Größenordnung wie die gemessenen Werte. In beiden Fällen ist die Messung durch das Rauschen des Laserinterferometers bestimmt. Mit Last ist die Verteilung nur minimal breiter und die maximale Verkipfung wird hier konservativ mit

$$\Delta\theta_{max} = \pm 10 \text{ } \mu\text{rad}$$

abgeschätzt. Weitere Aussagen können hier aufgrund der hohen Messunsicherheit nicht getroffen werden.

Wird die Annahme getroffen, dass die Verkippungen um  $\phi$ ,  $\theta$  und  $\eta$  unabhängig voneinander und gleich groß sind, errechnet sich der Fehler der Längenmessung aus Gleichung 4.17 zu

$$\Delta L_i = \frac{L}{2} \sqrt{(\Delta\phi)^2 + (2\Delta\theta)^2 + (\Delta\eta)^2} = \frac{L}{2} \sqrt{6} \theta = 0.5 \mu\text{m}$$

für ein Prisma der Größe  $L = 40 \text{ mm}$ . Auf der  $y$ -Positioniereinheit sind  $20 \text{ mm}$  große Prismen aufgebaut, wodurch dieser Fehler sich um einen Faktor 2 auf  $0.25 \mu\text{m}$  verkleinert. Der größte Fehler wird dadurch erzeugt, dass die Drehachse nicht innerhalb des Prismas liegt. Dadurch errechnet sich der Fehler nach Gleichung 4.13. Dieser repräsentiert zwar nur eine Transformation, die aber von der Position der Prismen abhängig ist. Für die  $y$ -Positioniereinheit ist die  $y$ -Koordinate der beiden äußeren Prismen um  $\Delta Y_0 = 150 \text{ mm}$  unterschiedlich. Dadurch erfolgt eine Translation um  $(-\Delta Y_0 \eta, 0, +\Delta Y_0 \phi)^T$ . Der Unterschied der  $x$ - und  $z$ -Koordinaten ist hingegen zu vernachlässigen. Diese Translation übersetzt sich nach Gleichung 4.12 zu

$$L_I - L_{II} = \Delta Y_0 \eta \approx 1.5 \mu\text{m} .$$

Die Translation entlang der  $z$ -Achse verursacht keine Längenänderung, da diese Änderung entlang der Symmetrieachse des Prismas erfolgt, die der  $y$ -Achse aus Abbildung 4.7 entspricht. Der maximale Unterschied der Koordinaten am Prisma der  $x$ -Positioniereinheit errechnet sich analog und es ergibt sich der gleiche Wert, da die Strahlen auch um maximal  $150 \text{ mm}$  örtlich getrennt sind.

Diese Abweichungen sind als Obergrenzen der Abweichung vom eigentlichen Wert zu verstehen, da sie auf der Obergrenze der Verkippung von  $10 \mu\text{rad}$  basieren. Um die Genauigkeit weiter zu steigern, werden in Zukunft Lineartische eingesetzt, die sich durch eine höhere Positioniergenauigkeit und geringere Verkippungen auszeichnen. Diese Tische wurden erst zum Ende dieser Diplomarbeit während der Experimentierzeit in Grenoble (Reaktorzyklus Nr. 160) geliefert, und es fand sich deswegen keine Zeit mehr, diese zu testen.

#### 4.3.4 Äußere Einflüsse

Neben dynamischen Fehlerquellen beeinflussen auch äußere Einflüsse die Längenmessung. Um diese zu messen, wurden alle drei Laserstrahlen über das System zur Strahlensrichtung auf einen Messspiegel gelenkt. Der gesamte Aufbau stand dabei auf einem Messgranit und innerhalb einer Vakuumkammer. Die Vakuumkammer war während der Messung nicht evakuiert, aber geschlossen. Dadurch wird der Effekt spontaner Luftschwankungen unterdrückt. Abbildung 4.19 zeigt das Ergebnis dieser Messung, die eine Messdauer von ca. 2,5 Tagen hatte. Alle drei Strahlen verhalten sich fast identisch und driften um bis zu  $30 \mu\text{m}$ . Wird die Form dieser Kurven mit dem Druck- und Temperaturverlauf (siehe Abbildung 4.20) verglichen, so ähnelt die Temperatur im Gegensatz zum Druck den Messwerten stark. Um den Einfluss dieser beiden äußeren Einflüsse zu quantisieren, werden sie zwei Effekten zugeordnet. Diese sind die Änderung des Brechungsindex  $n$  und die Ausdehnung der verwendeten Komponenten.



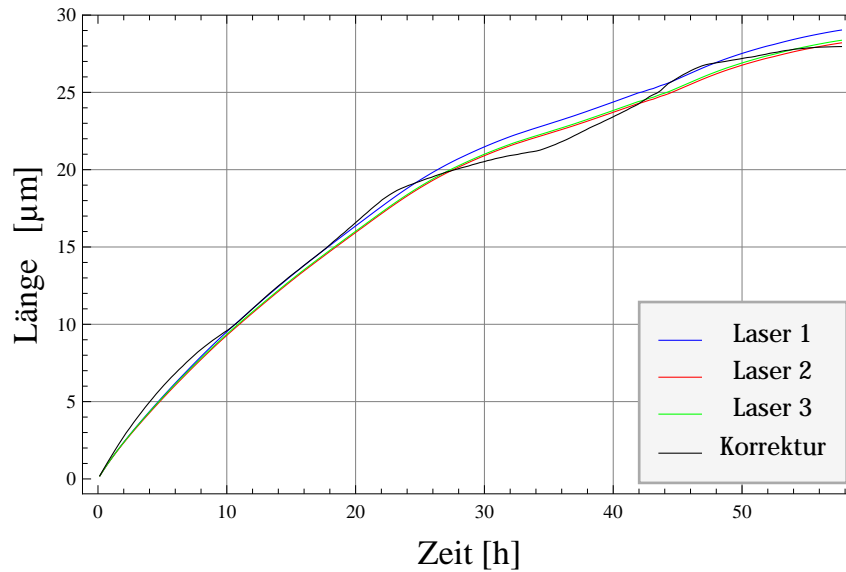


Abbildung 4.19: Langzeitmessung der Umwelteinflüsse: Gezeigt ist die Entwicklung der Längenmessung über einen Zeitraum von 2,5 Tagen. Alle drei Strahlen sind innerhalb diesen Zeitraums um ca.  $30 \mu\text{m}$  gedriftet. Zwischen Stunde 25 und 45 ist eine kleine Abweichung zwischen den Messwerten (blaue, rote und grüne Kurve) und der Korrekturkurve (schwarze Kurve) zu erkennen.

Die Änderung des Brechungsindex wird durch die Edlenformel [Edl66] beschrieben. Für eine konstante Wellenlänge kann der Brechungsindex in Abhängigkeit des Drucks  $p$  und Temperatur  $T$  durch

$$n(p, T) = 1 + c_1 \frac{p}{1 + c_2 T}$$

vereinfacht dargestellt werden, wobei hier  $c_1 = 2.88 \cdot 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$  und  $c_2 = 3.61 \cdot 10^{-3} \text{ 1/}^\circ\text{C}$  sind. Die Abweichung der Längenmessung ergibt sich aus der Änderung des optischen Weges

$$L_i = n(p, T) L_{geo} .$$

$L_{geo} = 370 \text{ mm}$  ist der geometrische Weg zwischen Interferometer und Messobjekt. Der Index  $i$  steht für einen der drei Strahlen des Interferometers. Da der geometrische Weg sich im statischen Fall nicht ändert, bestimmt die Veränderung des Brechungsindex einen Fehler in der Messung der Länge:

$$\Delta L_i = \Delta n(p, T) L_{geo} . \quad (4.19)$$

Diese Abweichung wird im Folgenden als *Edlen-Korrektur* bezeichnet.

Die Ausdehnung einer Komponente lässt sich in erster Näherung durch

$$\Delta x = \kappa D_x \Delta T \quad (4.20)$$

charakterisieren.  $\kappa$  ist der Temperatursausdehnungskoeffizient und  $D_x$  die Ausdehnung der Komponente in  $x$ -Richtung. Die Ausdehnungsänderung in  $y$ - und  $z$ -Richtung berechnet sich analog. Eine qualitative Abschätzung über die Längenmessung kann hier

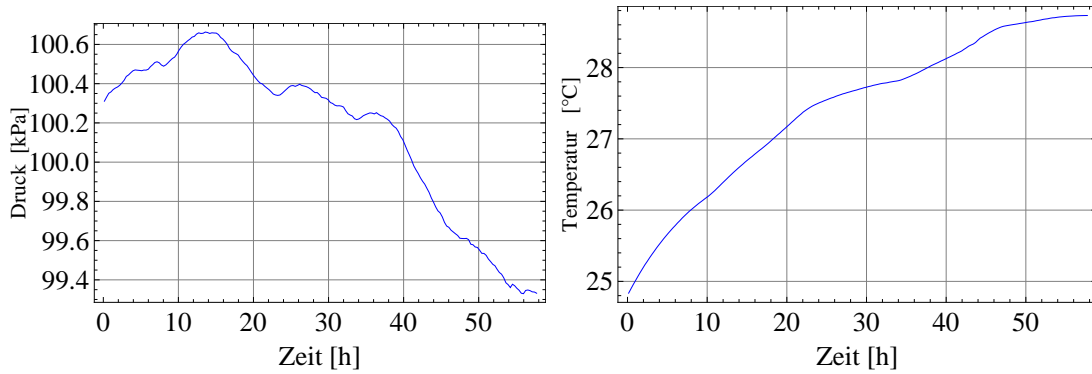


Abbildung 4.20: Druckverlauf (links) und Temperaturverlauf (rechts) innerhalb der Vakuumkammer während der Langzeitmessung zur Bestimmung der äußeren Einflüsse.

schon ohne genaue Kenntnis von  $\kappa$  und  $D_i$  gegeben werden. Es reicht vorerst zu wissen, dass  $\kappa$  für die verwendeten Materialien einen positiven Wert hat. Durch die steigende Temperatur dehnen sich die Standbeine des Systems zur Strahlausrichtung aus und die oben angebrachten Planspiegel bewegen sich in  $z$ -Richtung. Da das System nur in dieser Richtung eine Begrenzung durch den Messgranit hat, findet die Ausdehnung gerichtet statt. Die beiden anderen Raumrichtungen hingegen erfahren eine isotrope Bewegung. Aus diesem Grund und der geringeren Größe des Systems in diesen Richtungen kann die daraus resultierende Längenänderung vernachlässigt werden. In Abbildung 4.19 wird die gemessene Länge größer, also auch der Abstand zwischen Interferometer und Messspiegel.

Um unterscheiden zu können, welcher der beiden Effekte einen größeren Einfluss hat, wurden an die gemessenen Werte die beiden Störungen der Längenmessung angefitet:

$$L_{i,fit} = L_{i,gem} - a_i n(p, T) L_{geo} - b_i \Delta T . \quad (4.21)$$

$b_i = c \sum_j \kappa_j D_j$  setzt sich hier aus einem Gewichtungsfaktor  $c$  und der Summe der Temperatureausdehnungskoeffizienten, multipliziert mit den dazugehörigen Längen der verwendeten Materialien, zusammen. Da nicht genau bestimmt werden kann, in welche Richtungen sich die Komponenten bewegen, wurden diese Größen in einem einzigen Fitparameter kombiniert.  $a_i$  steht hier ebenfalls für einen Gewichtungsfaktor, der den Effekt der Edlen-Korrektur abschätzt. Beide Faktoren wurden für jeden Strahl individuell gefittet.

Laser $i$	$a_i$	$b_i$
I	$-0.44 \pm 4.04$	$7.04 \pm 1.74$
II	$-0.38 \pm 4.02$	$6.87 \pm 1.73$
III	$-0.39 \pm 4.28$	$6.91 \pm 1.84$

Tabelle 4.3: Fit-Ergebnis der Gewichtungsfaktoren der äußeren Einflüsse

In Tabelle 4.3 sind die Ergebnisse des Fits aufgelistet. Die Fehler wurden hier aus dem Fit ermittelt. Anhand des Verhältnis von Gewichtungsfaktor zu Fehler  $\frac{a_i}{\Delta a_i}$  bzw.  $\frac{b_i}{\Delta b_i}$  ist

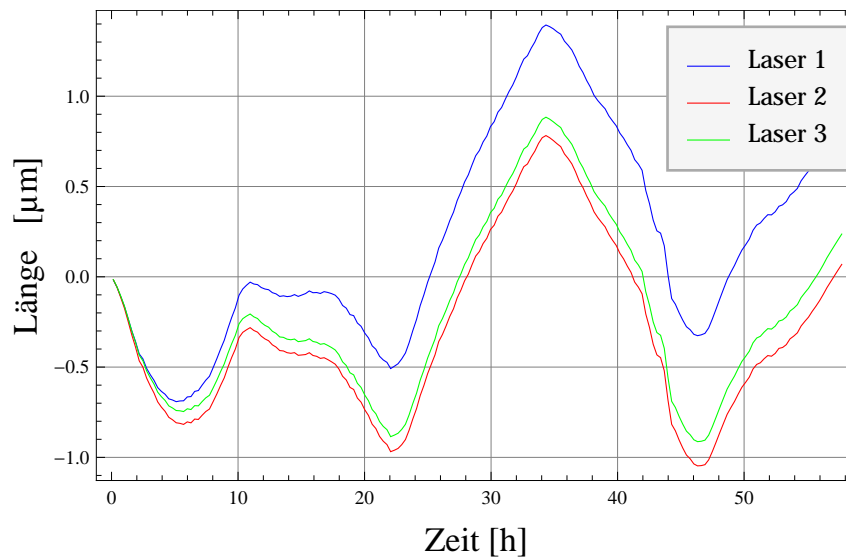


Abbildung 4.21: Längenmessung nach der Korrektur über die Fitparameter: Die Längenmessungen, die in Abbildung 4.19 gezeigt wurden, sind hier über die Korrektur, die aus Druck und Temperatur gewonnen wurde, bereinigt.

deutlich zu erkennen, dass die Ausdehnung der Materialien auf Grund der Änderung der Temperatur die Längenmessung wesentlicher beeinflusst. Wird angenommen, dass ausschließlich Aluminium für die Ausdehnung verantwortlich ist ( $\kappa_{Alu} = 23.2 \frac{\mu\text{m}}{\text{K}\cdot\text{m}}$ ), so ergibt sich aus dem Mittelwert der gemessenen  $b_i$  unter der Annahme  $c = 1$  die Länge des gedehnten Materials zu

$$\frac{\bar{b}}{\kappa_{Alu}} = 0.3 \text{ m} .$$

Da das System zur Strahlrichtung eine Höhe von ca. 0.2 m hat, ist dieser Wert um ca. 50 % zu groß. Es kann also nicht so einfach aus der Temperatur die Messung vollkommen korrigiert werden.

Abbildung 4.21 zeigt die Daten der Längenmessung, die über die Mittelwerte von  $a_i$  und  $b_i$  berichtigt wurden. Über den gesamten Zeitraum der Messung schwanken die korrigierten Längenwerte um maximal  $2 \mu\text{m}$ . Vor allem zwischen Stunde 25 und 45 weichen die Werte stark von der Null ab. Dies ist auch in der Korrekturkurve (siehe schwarze Kurve in Abbildung 4.19), die aus den Mittelwerten von  $a_i$  und  $b_i$  berechnet wurde, zu erkennen. Ein Grund dieser Abweichung kann sein, dass die Temperatur innerhalb der Vakuumkammer sich lokal unterschiedlich entwickelt. Da die Kammer geschlossen ist, findet der Temperatureausgleich nicht über Konvektion statt, sondern nur über Wärmeleitung. Im Vergleich zu Aluminium ist die Wärmeleitfähigkeit des Granits und der Luft viel geringer. Temperaturinhomogenitäten des Granits würden dadurch unterschiedliche Temperaturen am Ort des Temperatursensor und der Laserstrahlen erzeugen. Vor allem schnelle Temperaturänderungen würden einen Temperaturgradienten innerhalb der Vakuumkammer generieren.

Es ist aber auch gleichzeitig zu sehen, dass alle drei Strahlen sich ähnlich verhal-

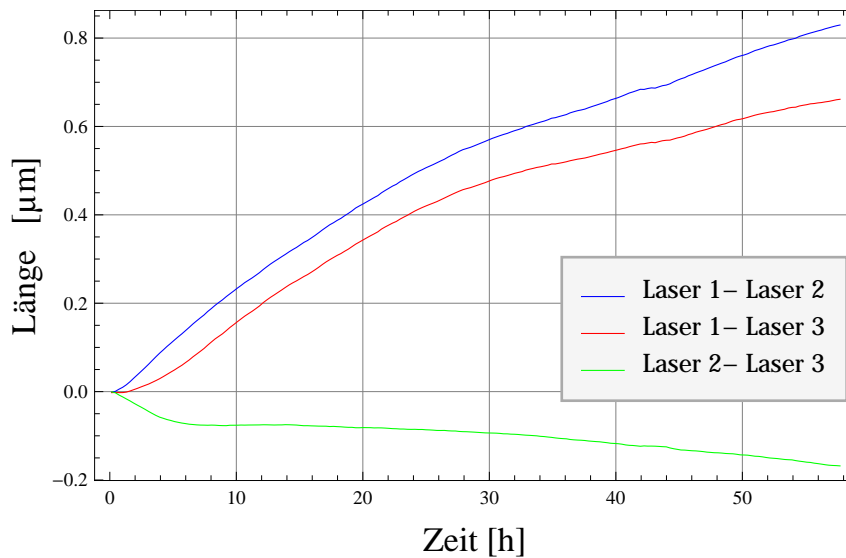


Abbildung 4.22: Differenzen der Längenmessungen bei der Langzeitmessung: Die Schwankungen der Längenmessungen gegeneinander bewegen sich im Bereich unter  $1 \mu\text{m}$

ten. Da das Prinzip der Höhenmessung darauf beruht, dass Differenzen zwischen den Längenmessungen betrachtet werden, relativiert sich der Einfluss äußerer Parameter, wie Druck und Temperatur. In Abbildung 4.22 ist zu sehen, dass die Differenzen zwischen den Längenmessungen immer kleiner als  $1 \mu\text{m}$  sind. Dadurch zeigt sich, dass eine relative Längenmessung für Messungen über einen langen Zeitraum essentiell ist.

Die Edlen-Korrektur kann im Vakuum komplett vernachlässigt werden, weil diese proportional zum Luftdruck ist. Das Gravitationsexperiment wird immer im Vakuum durchgeführt, da nur eine geringe Menge Luft die Neutronentransmission stark reduzieren würde. Aus diesem Grund ist nur die Kenntnis der Temperatur innerhalb der Vakuumkammer von Interesse, um die Systematik der Längenmessung zu verstehen. Um den Temperatureinfluss zu minimieren, empfiehlt sich eine Umgebung, die nicht so starken Temperaturschwankungen ausgesetzt ist. Die UCN-Plattform am Instrument PF2 des ILL eignet sich hierfür wesentlich besser, da dort die Temperatur auf ca.  $0.5\text{K}$  stabil ist. Im Vergleich zu dieser Messung ergibt sich ein Faktor von ungefähr 8, der sich direkt auf die Längenmessung auswirkt.

Zusammenfassend ergibt sich, dass die beiden größten Fehlerquellen die Temperaturexpansion und die Genauigkeit der Positioniereinheiten sind. Da der Fehler der Längenmessung mit der Größe der bewegten optischen Elemente und der Verkippung skaliert, kann durch den Einsatz genauerer Lineartische die Abstandsmessung verbessert werden. Die Intensität bzw. Signalstärke des Interferometers hingegen beeinflusst die Messgenauigkeit nur über längere Zeiträume. Der Einfluss des Umgebungsdruckes ist direkt proportional zum Druck und verschwindet deswegen bereits bei Vorvakuum.

## Kapitel 5

### Vibrationsmessung und Analyse

Während der Experimentierzeit 3-14-283 am Instrument PF2 UCN des Institut Laue-Langevin in Grenoble (Frankreich) wurde von Oktober bis Dezember 2010 ein einfaches System als in Kapitel 3 vorgestellt, eingesetzt. Dieses System (siehe Abbildung 5.1) besteht aus insgesamt zwei Neutronenspiegeln, wobei der obere Spiegel aufgeraut ist.

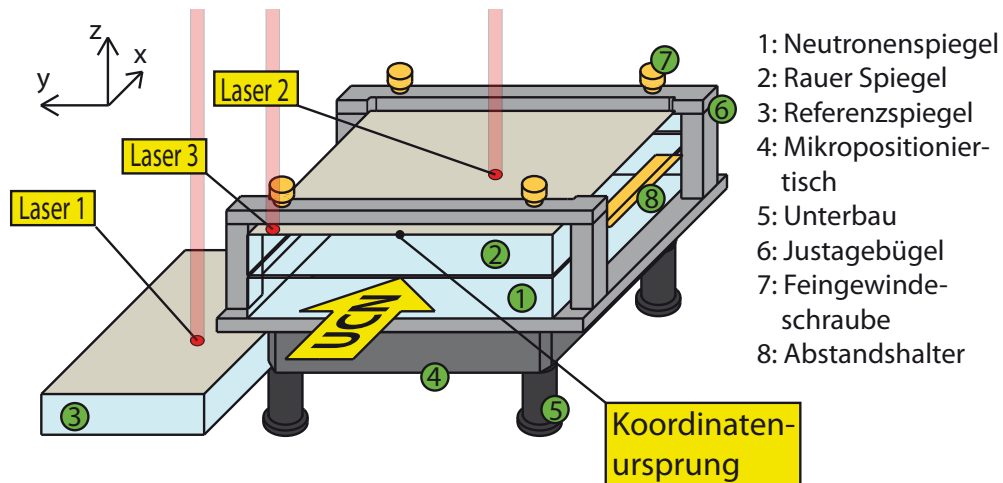


Abbildung 5.1: Neutronenspiegelsystem des Experimentes von 2010: Ein Neutronenspiegel der Größe  $150 \times 150 \text{ mm}^2$  wird über einen darüber liegenden gleich großen Absorber und Halterungen durch Präzisionsschrauben gegen einen Mikropositioniertisch gepresst. Dadurch überträgt sich die Bewegung des Tisches auf die beiden Spiegel. Zwischen beiden Spiegeln sind schmale Metallbänder angebracht, die eine definierte Schlitzbreite von  $26 \mu\text{m}$  generieren. Der Schlitz wird mit einem  $90 \text{ mm}$  breiten UCN-Strahl beleuchtet. Der Spiegel neben dem Tisch liegt direkt auf dem Messgranit und dient als Referenzebene. Über drei Laserstrahlen werden Vibrationen der jeweiligen Spiegel vermessen. Bis auf Laser 3 sind die beiden anderen Laserstrahlen beweglich.

Schmale Metallbänder mit einer Dicke von ca.  $27 \mu\text{m}$  dienen als Abstandshalter zwischen den beiden Spiegeln. Über eine Aluminiumkonstruktion bestehend aus einer Grundplatte und zwei Justagebügel wird der Absorber mit vier Feingewindeschrauben gegen die Metallbänder und der untere Spiegel gegen die Grundplatte gedrückt. Die Grundplatte ist auf einem Mikropositioniertisch befestigt, mit dem die Höhe und Neigung

der Grundplatte eingestellt werden kann. Der Positioniertisch selbst ist fest mit dem Messgranit verbunden, der als Referenzebene für alle Experimentkomponenten dient. Ein dritter Neutronenspiegel ist neben dem Positioniertisch direkt auf dem Messgranit angebracht, dessen Parallelität besser als die des Messgranits ist und dieser als neue Referenzebene verwendet wird.

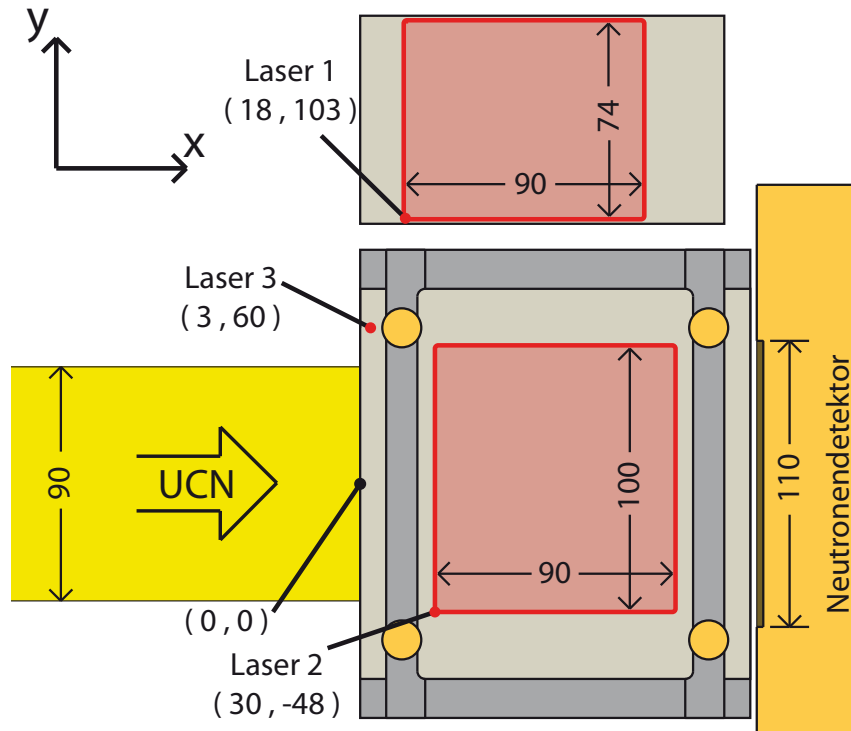


Abbildung 5.2: Erläuterung des Koordinatensystems aus Abbildung 5.1: Die roten Rechtecke symbolisieren die Bereiche, die mit Laser 1 bzw. 2 gemessen werden können. Alle Angaben sind in Millimeter.

Laser 1 und 2 werden über das System, das in Kapitel 4 vorgestellt wurde, auf die jeweiligen Neutronenspiegel gelenkt und gleichmäßig positioniert. Das Koordinatensystem und möglichen Positionen der Laserstrahlen sind in Abbildung 5.2 gezeigt. Laser 3 wird über einen gesonderten Aufbau ortsfest positioniert. Da er auf den Neutronenspiegel gerichtet ist, der durch den Mikropositioniertisch in Vibration versetzt wird, wird Laser 3 als Vibrationsreferenz verwendet. In Abschnitt 5.2 wird gezeigt, wie über diesen ortsfesten Strahl Phasenunterschiede des schwingenden Neutronenspiegels gemessen werden können.

Die Position von Laser 1 ist durch den Aufbau der  $x$ - und  $y$ -Positioniereinheit bestimmt. Der Referenzspiegel, auf den Laser 1 gerichtet ist, hat eine Größe von  $150 \times 80 \text{ mm}^2$  und wird auf dem Messgranit so positioniert, dass eine Strecke in  $x$ -Richtung von 90 mm und in  $y$ -Richtung von 74 mm abgefahren werden kann. Die maximale Reichweite in  $x$ -Richtung wird hier künstlich auf 90 mm begrenzt, da Laser 2 auch nicht weiter positioniert werden kann. Laser 1 dient als Referenzstrahl zur Längenmessung von Laser

2. Für  $\Delta x > x_{max} - x_{min} = 120 \text{ mm} - 30 \text{ mm} = 90 \text{ mm}$  trifft Laser 2 auf den Halte-  
ringsbügel, wodurch kein Signal mehr zum Interferometer kommt und die Information  
über die Längenmessung verloren ist.

Die Vibrationen des Neutronenspiegels werden über einen Mikropositioniertisch ein-  
gestellt, der im Wesentlichen aus vier Piezos besteht, die in einem Quadrat an den Ecken  
des Tisches angebracht sind. Durch diese Anordnung lassen sich insgesamt drei Achsen  
des Tisches einstellen. Im Folgenden wird die Höhe des Tisches mit der  $z$ -Achse asso-  
ziiert. Die Kippachse, die parallel zur  $x$ -Achse verläuft, wird als  $\phi_x$ -Achse bezeichnet.  
Senkrecht zu dieser liegt die  $\theta_y$ -Achse. Die Steuereinheit des Tisches verfügt zusätz-  
lich über einen analogen Eingang, mit dem die Piezospennungen des Tisches über eine  
externe Spannung eingestellt werden können. Dadurch kann die Position des Tisches  
bezüglich der vorher eingeführten Achsen gesteuert werden. Wird nun der analoge Ein-  
gang mit einem Funktionsgenerator verbunden, kann dem Tisch z.B. eine periodische  
Bewegung vorgegeben werden. In Abschnitt 3.4 wurde als zeitliche Störung eine Sinus-  
schwingung gewählt. Aus diesem Grund wird der  $z$ -Achse des Tisches auch diese Form  
vorgegeben:

$$z(t) = a \text{Sin}[\omega t] .$$

## 5.1 Steuerprogramm der Tischvibration

Die eingestellte Bewegung wird mit dem in Kapitel 4 vorgestellten System überwacht.  
Mit dem PC-Programm *Labview* wurde eine Automatisierung erstellt, die die Parame-  
ter der Vibration und die Messung mit dem Abstands- und Vibrationssystem überwacht  
und speichert. In Abbildung 5.3 wird schematisch die Funktionsweise dieser Steuerung  
gezeigt. Beim Start werden die Verbindungen zum Laserinterferometer, Funktionsgene-  
rator, Mikropositioniertisch, der Steuereinheit der  $x$ - und  $y$ -Positioniereinheit und einer  
LogicBox, die mit einem Analog-Digital-Konverter (ADC) und einem Digital-Analog-  
Konverter (DAC) ausgestattet ist, hergestellt. Außerdem wird die maximale Geschwin-  
digkeit, mit der die  $x$ - und  $y$ -Positioniereinheit die Prismen positioniert, eingestellt. Des  
Weiteren werden über eine PID-Regelung die  $z$ -,  $\phi_x$ - und  $\theta_y$ -Positionen des Mikropositio-  
niertisches auf Zielwerte nachgestellt. Sobald die Regelung den Tisch auf die gewünschte  
Position gebracht hat, beginnt das eigentliche Programm. Dieses läuft solange, bis es  
manuell zum Ende der jeweiligen Messung gestoppt wird. Innerhalb der Schleife werden  
folgende Punkte sequentiell abgearbeitet:

- I) **Turbinensignal abfragen:** Die Steuerung der UCN-Turbine (UCN-Quelle), die  
die Neutronen an die einzelnen Experimentplätze des Instruments PF2 verteilt,  
setzt einen Spannungspegel auf 5 V, wenn die Turbine dem Gravitationsexperi-  
ment Neutronen zuweist, ansonsten auf 0 V. Diese Spannung wird über einen ADC  
ausgelesen und die Steuerung konvertiert sie in ein logisches Signal.
  
- II) **Tischvibration einstellen:** In diesem Schritt wird der analoge Eingang der  
Steuereinheit des Tisches aktiviert, falls das logische Signal der Turbine dies er-  
laubt. Wenn die Vibration aktiv ist, wird über den DAC ein Spannungspegel  
gesetzt, der von anderen Komponenten als logisches Signal interpretiert werden

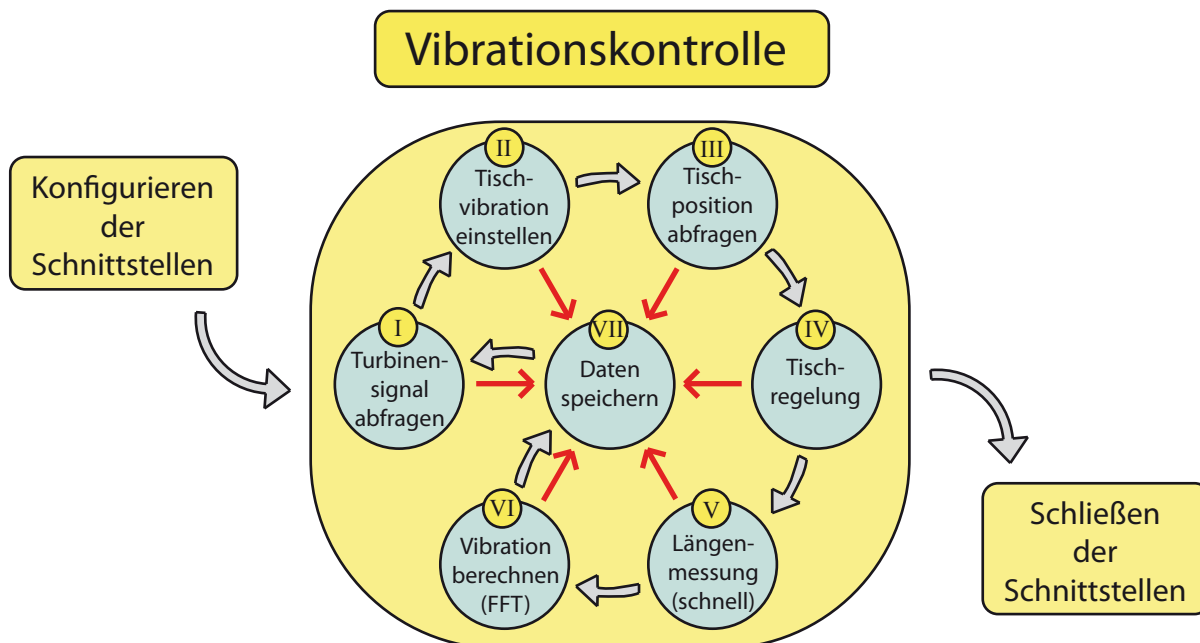


Abbildung 5.3: Schematische Darstellung der Vibrationssteuerung: Zum Start werden die Schnittstellen der einzelnen Geräte zum PC konfiguriert und es werden Systemparameter gesetzt. Danach werden in einer Schleife, die über die graphische Benutzeroberfläche gestoppt werden kann, verschiedene Schritte sequentiell abgearbeitet. Beim Beenden der Steuerung werden alle Verbindungen zum PC wieder getrennt.

kann. Nur wenn beide logische Signale bestätigen, dass Vibrationen angeregt werden und Neutronen von der Turbine kommen, misst der Neutronendetektor. Weiter werden hier die Signalform, Amplitude und Frequenz des Funktionsgenerators eingestellt. Falls sich diese Einstellungen im Vergleich zur vorherigen Einstellung nicht verändert haben, wird das Konfigurieren des Funktionsgenerators übersprungen.

- III) **Tischposition abfragen:** Die aktuellen  $z$ -,  $\phi_x$ - und  $\theta_y$ -Positionen werden ausgelesen und mit den Zielwerten verglichen. Dabei wird die Abweichung von den Zielwerten quantisiert und mit zwei Grenzwerten abgeglichen. Die erste Grenze wird als *Regelabweichung* und die zweite als *kritische Abweichung* bezeichnet. Wenn die gemessene Abweichung über einem der beiden Werte liegt, wird über den DAC das Gate deaktiviert, wodurch die Messung der Neutronentransmission pausiert wird. Gleichzeitig wird der analoge Eingang des Tisches deaktiviert, wodurch die Vibration des Neutronenspiegels gestoppt wird.
- IV) **Tischregelung:** Wenn die Messung der Tischposition ergibt, dass die Abweichung größer als die Regelabweichung, aber kleiner als die kritische Abweichung ist, wird eine PID-Regelung gestartet, die in Abbildung 5.4 illustriert ist. Bei der kritischen Abweichung hat es sich herausgestellt, dass der Mikropositioniertisch für ca. 200 s



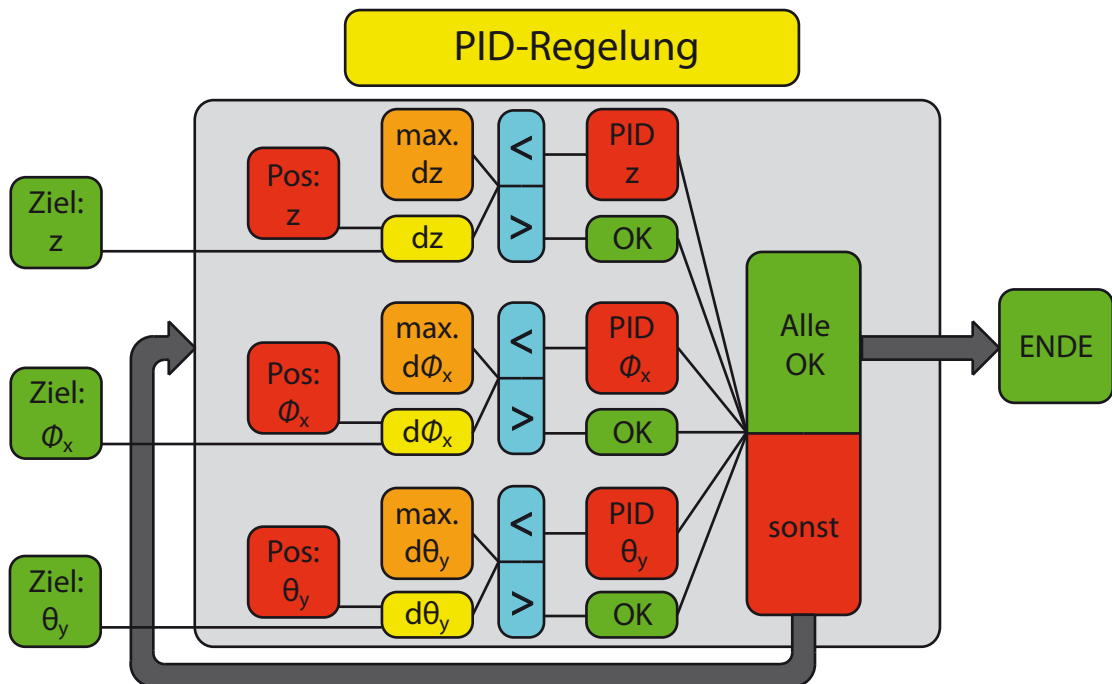


Abbildung 5.4: Schematische Darstellung der Tischregelung: Die Schleife (grauer Kasten) wird solange ausgeführt, bis alle gemessenen Tischpositionen ( $z$ ,  $\phi_x$  und  $\theta_y$ ) innerhalb der erlaubten maximalen Abweichungen mit den Zielwerten übereinstimmt.

sich sehr stark verkippt und nach Ablauf dieser Zeit wieder die Position annimmt, die er in etwa vor der Verkipfung hatte. Ein Unterprogramm überwacht die Position des Tisches und blockiert das eigentliche Programm solange bis wieder die ursprüngliche Situation erreicht ist. In Abschnitt 5.3 wird beschrieben, welche Systemparameter zu diesem Verhalten führen. Danach wird die PID-Regelung gestartet, die im Wesentlichen aus einer Schleife besteht. In dieser werden bei jeder Schleifeniteration die aktuelle Position des Tisches abgefragt und mit den Zielwerten separat für jede Achse verglichen. Wenn die Abweichung größer als die Regelabweichung ist, wird die entsprechende Achse nachgeregelt. Erst wenn alle Achsen innerhalb des gewünschten Bereichs sind, wird die Schleife abgebrochen und die PID-Regelung beendet.

- V) **Längenmessung (schnell)**: In diesem Schritt wird der schnelle Aufnahmemodus der Auswerteeinheit des Laserinterferometers gestartet. In diesem Modus nehmen alle drei Laserstrahlen mit der Abtastfrequenz  $f_S$  jeweils einen Block von Längenmessungen auf. Die Blockgröße  $b$  muss dabei eine Potenz von 2 sein, z.B.  $2^{10}$ , jedoch maximal  $2^{15}$ . Die maximale Abtastfrequenz des Interferometers beträgt 1 MHz, woraus sich eine maximal bestimmbare Frequenz von  $\frac{f_S}{2} = 500$  kHz ergibt. Sobald die Auswerteeinheit alle Werte gemessen hat, werden die Daten zum Messrechner übertragen.  $f_S$  ordnet dabei den einzelnen Messwerten die Zeitinformation

über

$$t_i = f_S (i - 1)$$

zu.  $i$  steht hier für den  $i$ .ten Punkt des Datensatzes.

- VI) **Vibration berechnen (FFT)**: Die Datensätze, die in Punkt V ermittelt wurden, dienen als Grundlage für die Berechnung der Vibrationsspektren. Dabei werden die Daten über eine Fast-Fourier-Transformation (FFT) bestimmt und in einem neuen Datensatz ausgegeben. Analog zur Zeitinformation der Längenmessung müssen den Datenpunkten  $j$  der Frequenzspektren über

$$\nu_i = \frac{f_S}{b} (i - 1)$$

skaliert werden. Zusätzlich können die durch das FFT bestimmten Amplituden  $z(\nu)$  in die dazugehörige Geschwindigkeit  $v$  oder Beschleunigung  $a$  über

$$v(\nu) = 2 \pi \nu z(\nu) \tag{5.1}$$

bzw.

$$a(\nu) = (2 \pi \nu)^2 z(\nu)$$

angegeben werden.  $a(\nu)$  ist hier die frequenzabhängige Beschleunigung und nicht die Amplitude der Schwingung  $a$ . Es wird ab hier die Konvention gewählt die Beschleunigung immer in Abhängigkeit der Frequenz  $a(\nu)$  anzugeben. Die sich daraus ergebenden Spektren werden in der graphischen Benutzeroberfläche dargestellt und bei jeder Iteration der Schleife wieder aktualisiert.

- VII) **Daten speichern**: Im letzten Schritt werden alle Parameter und die gemessenen Daten in einer Datei auf dem Messrechner gespeichert. Es besteht hier die Möglichkeit das Frequenzspektrum und die dazugehörigen Längenmessungen ebenfalls in Dateien zu speichern, wobei jedem Interferometerkanal ein eigener Datentyp zugeordnet wird. Nachdem alle Dateien geschrieben sind, wird die Schleife wieder von Punkt I ab ausgeführt.

Beim Beenden des Messprogramms wird der analoge Eingang der Steuereinheit des Mikropositioniertisch deaktiviert, so dass ebenfalls die Tischvibration gestoppt wird. Zuletzt werden noch alle Verbindungen zwischen Messrechner und Systemkomponenten getrennt.

## 5.2 Vibrationen und Phasen

In diesem Abschnitt wird näher darauf eingegangen, wie aus der Längenmessung die Vibrationsstärke extrahiert werden kann (siehe Punkt V und VI aus Abbildung 5.3). Abbildung 5.5 zeigt einen kleinen Ausschnitt der Messung, bei der der Neutronenspiegel mit  $\nu = 354$  Hz vibriert wurde. Zu sehen ist ein sinusförmiger Zeitverlauf, der jeweils mit Laser 2 und 3 mit einer Abtastfrequenz von 12.5 kHz ausgelesen wurde. Die unterschiedliche Amplitude erklärt sich dadurch, dass Laser 2 und 3 an verschiedenen Orten

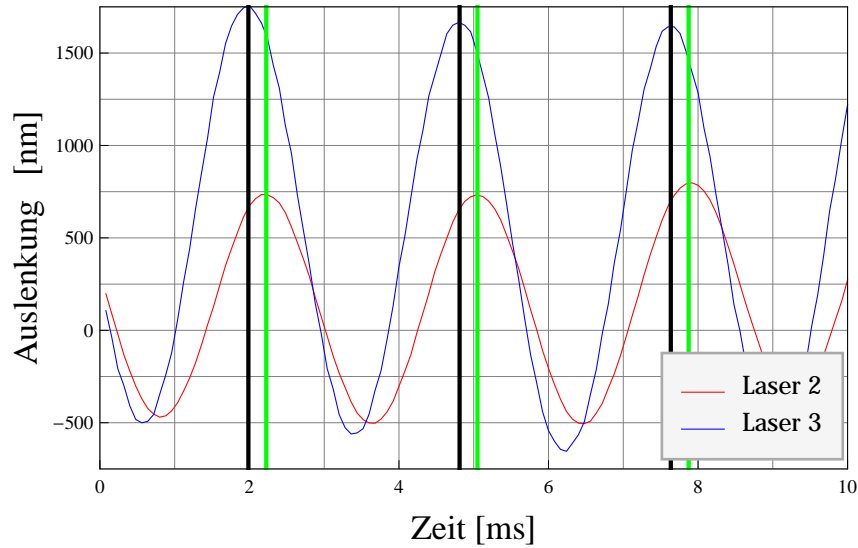


Abbildung 5.5: Ausschnitt einer Längenmessung von Laser 2 und 3 mit  $f_S = 12.5 \text{ kHz}$  und  $2^{13} = 8192$  Messpunkten: Es wurde hier eine Schwingungsfrequenz von  $354 \text{ Hz}$  eingestellt. Laser 2 war bei  $(x, y) = (80 \text{ mm}, 2 \text{ mm})$  und Laser 3 bei  $(x, y) = (4 \text{ mm}, 65 \text{ mm})$  auf dem Neutronenspiegel positioniert.

$(x_2, y_2) = (80 \text{ mm}, 2 \text{ mm})$  und  $(x_3, y_3) = (4 \text{ mm}, 65 \text{ mm})$  messen. Bei dieser Frequenz schwingt der Neutronenspiegel nicht gleichmäßig, was in Abschnitt 5.4 weiter vertieft wird.

### Bestimmung der Vibrationsstärke

In Tabelle 5.1 sind die ersten sieben Minima und Maxima der Messung aufgelistet. Aus den Maxima und Minima lässt sich die Amplitude der Schwingung zu

$$a_i = \frac{z_{i,max} - z_{i,min}}{2}$$

berechnen. Über die ersten sieben Minima und Maxima gemittelt ergibt sich  $\bar{a}_2 = (620 \pm 20) \text{ nm}$  und  $\bar{a}_3 = (1136 \pm 32) \text{ nm}$ . Durch Gleichung 5.1 können diese Werte in die Geschwindigkeitsamplituden

$$v_2 = (1.38 \pm 0.04) \frac{\text{mm}}{\text{s}} \quad (5.2)$$

und

$$v_3 = (2.54 \pm 0.07) \frac{\text{mm}}{\text{s}} \quad (5.3)$$

übersetzt werden. Die Angabe der Vibrationsstärke in Geschwindigkeitsamplituden ist sinnvoll, da für das in Abbildung 5.1 vorgestellte Spiegelsystem die Übergangswahrscheinlichkeit proportional zu  $a\omega$  ist. Wird die Übergangsfrequenz zwischen zwei Gravitationszuständen  $\omega_{f_i}$  über die Messung der Neutronentransmission durch Variation

$z_{2,min}$ [nm]	$t_{2,min}$ [ms]	$z_{2,max}$ [nm]	$t_{2,max}$ [ms]	$z_{3,min}$ [nm]	$t_{3,min}$ [ms]	$z_{3,max}$ [nm]	$t_{3,max}$ [ms]
-470	0.81	734	2.19	-500	0.58	1757	1.99
-500	3.65	732	5.04	-560	3.38	1666	4.80
-505	6.45	797	7.90	-654	6.22	1642	7.64
-355	9.27	869	10.67	-586	9.04	1736	10.42
-434	12.13	779	13.52	-518	11.89	1729	13.28
-496	14.94	704	16.34	-662	14.72	1516	16.08
-524	17.73	766	19.18	-825	17.53	1547	18.92

Tabelle 5.1: Positionen und Werte der Minima und Maxima der Messung aus Abbildung 5.5. Der Index 2 steht für Laser 2 und 3 für Laser 3. Anhand der Zeiten ist gut erkennbar, dass die Schwingung, die mit Laser 2 gemessen wurde, der anderen vorausseilt. Die erste schwarze Linie liegt auf dem ersten Maxima der Messung mit Laser 3. Die aus dem FFT-Algorithmus ermittelte Frequenz bestimmt die Position der beiden anderen schwarzen Linien. Die berechnete Phase gibt die Position der grünen Linien an. Die berechneten Kurven liegen wieder auf den Maxima der Messung.

der Vibrationsfrequenz gemessen und gleichzeitig die Vibrationsgeschwindigkeit  $a\omega = v$  konstant gehalten, wird die Transmissionskurve symmetrisch bezüglich der Übergangsfrequenz  $\omega_{fi}$ .

### Frequenz- und Phasenbestimmung

Weiter kann aus den Positionen der Minima und Maxima die Schwingungsfrequenz berechnet werden:

$$\nu_i = \frac{1}{t_{i,max} - t_{i,max-1}} .$$

Die Indexnotation  $max - 1$  steht hier für das Maximum, das dem mit  $max$  indizierten Maximum vorausgegangen ist. Analog zu den Maxima können auch die Minima zur Berechnung der Frequenz herangezogen werden. Aus dem Mittelwert der ersten sieben Minima und Maxima ergeben sich die Frequenzen der beiden Messpunkte zu

$$\bar{\nu}_2 = (354 \pm 4) \text{ Hz} \quad (5.4)$$

und

$$\bar{\nu}_3 = (354 \pm 3) \text{ Hz} . \quad (5.5)$$

Der hohe Fehler bei der Messung der Frequenz wird weiter reduziert, wenn mehr als sieben Minima und Maxima betrachtet werden. Die Berechnung der Frequenz und der Amplitude soll hier nur prinzipiell dargestellt werden, da sie im Messprogramm durch einen Fast-Fourier-Transform (FFT) Algorithmus berechnet wird.

Neben der Frequenz kann über die Position der Extrema auch die relative Phasendifferenz  $\Delta\phi_{2,3}$  zwischen der Schwingung am Ort des Laser 2 und des Laser 3 bestimmt werden. Prinzipiell kann hierfür jeder Punkt in der Sinuskurve verwendet werden. Da die

Amplituden aber unterschiedlich sind, empfiehlt es sich charakteristische Punkte, wie die Minima und Maxima, zu verwenden, die unabhängig von der jeweiligen Amplitude ermittelt werden können. Die Phase einer Schwingung ist beliebig wählbar und alle anderen Phasen werden relativ zu dieser angegeben. Dadurch können beide Schwingungen über

$$z_2(t) = a_2 \text{Sin}[2\pi\nu t]$$

und

$$z_3(t) = a_3 \text{Sin}[2\pi\nu t + \Delta\phi_{2,3}]$$

definiert werden. Hier wurde die Annahme getroffen, dass beide Schwingungen mit derselben Frequenz  $\nu$  oszillieren. Die Phase kann dann über die Position der Maxima

$$2\pi\nu t_{2,max} = \frac{\pi}{2}$$

und

$$2\pi\nu t_{3,max} + \Delta\phi_{2,3} = \frac{\pi}{2}$$

zu

$$\Delta\phi_{2,3} = 2\pi\nu (t_{2,max} - t_{3,max}) = 0.53 \pm 0.04 \quad (5.6)$$

bestimmt werden.

### Vibrationsspektren

Das Steuerprogramm bestimmt in Schritt VI das Vibrationsspektrum aus den Daten der Längenmessung. Dabei wurde der Algorithmus so gewählt, dass die berechnete Amplitude der physikalischen Amplitude  $a = \frac{z_{max} - z_{min}}{2}$  entspricht. Das Spektrum, das sich aus verschiedenen Schwingungen zusammensetzt, wird dadurch wie folgt errechnet:

$$\sum_j a_j \text{Sin}[\nu_j t] \xrightarrow{\text{FFT}} \sum_j a_j \delta(\nu_j).$$

Hier ist  $\delta(\nu)$  das Dirac-Maß mit der Eigenschaft  $\delta(0) = 1$ . Abbildung 5.6 zeigt die Frequenzspektren, die durch den FFT Algorithmus aus den Datensätzen der Längenmessung von Laser 2 (links) und 3 (rechts) gemessen wurden. Beide Spektren weisen einen Peak bei  $\nu = 354 \text{ Hz}$  mit den Peakhöhen  $a_2(354 \text{ Hz}) = 1.38 \text{ mm/s}$  und  $a_3(354 \text{ Hz}) = 2.54 \text{ mm/s}$ . Diese Werte stimmen mit den in Gleichung 5.2 und 5.3 ermittelten Geschwindigkeiten sehr gut überein.

Auch die Phasendifferenz zwischen beiden Schwingungen kann über den FFT Algorithmus bestimmt werden. Dazu wird der Algorithmus auf die Differenz der beiden Längenmessung angewandt:

$$\sum_j a_{2,j} \text{Sin}[\nu_j t] - a_{3,j} \text{Sin}[\nu_j t + \Delta\phi_{2,3}] \xrightarrow{\text{FFT}} \sum_j a_{23,j} \delta(\nu - \nu_j).$$

$a_{23,j}$  symbolisiert die Amplitude, die aus dem FFT der Differenzen der beiden Längenmessungen hervorgegangen ist. Analytisch ergibt sich ein allgemeiner Ausdruck für die Fourier-Transformation (FT) der Differenz von zwei Schwingungen:

$$a_2 \text{Sin}[\nu t] - a_3 \text{Sin}[\nu t + \Delta\phi_{2,3}] \xrightarrow{\text{FT}} \sqrt{a_2^2 + a_3^2 - 2a_2 a_3 \text{Cos}[\Delta\phi_{2,3}]}.$$

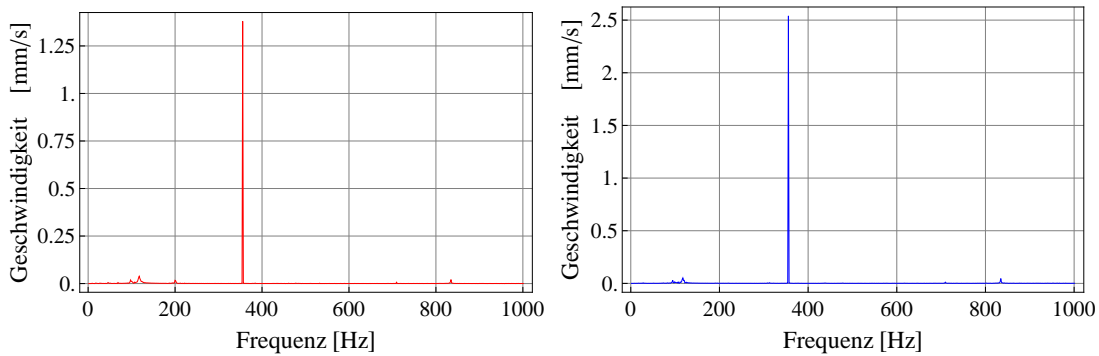


Abbildung 5.6: Vibrationsspektrum der Messung mit Laser 2 (links) und Laser 3 (rechts): Der vollständige Datensatz, der ausschnittsweise in Abbildung 5.5 dargestellt ist, wurde durch den FFT Algorithmus in die beiden Frequenzspektren umgewandelt.

Dadurch kann nun ein Ausdruck für die Phasendifferenz zwischen Laser 2 und 3 gefunden werden, der nur von  $a_2$ ,  $a_3$  und  $a_{23}$  abhängt:

$$\Delta\phi_{2,3} = \text{Arccos} \left[ \frac{a_2^2 + a_3^2 - a_{23}^2}{2a_2 a_3} \right] \quad (5.7)$$

Für  $\nu = 354 \text{ Hz}$  ergibt sich eine Differenzamplitude von  $a_{23} = 1.52 \text{ mm/s}$ . Gemeinsam mit  $a_2$  und  $a_3$  errechnet sich daraus die Phase zu

$$\Delta\phi_{2,3} = 0.53 .$$

Auch dieser Wert passt sehr gut mit dem Wert überein, der aus der Längenmessung direkt ermittelt wurde. Mit dieser Methode kann über den FFT Algorithmus und Gleichung 5.7 ohne großen Aufwand und in kurzer Zeit die Phasendifferenz der Schwingung an zwei verschiedenen Orten bestimmt werden. In Abschnitt 5.4 wird diese Automatisierung verwendet, um die Phasen eines schwingenden Spiegels zu kartographieren.

Zur Veranschaulichung wurden die Ergebnisse der Phasen- und Frequenzbestimmung in Abbildung 5.5 als zeitliche Verschiebung durch grüne (Phase) und schwarze Linien (Frequenz) dargestellt. Nur die erste schwarze Linie wurde auf die Daten angepasst, so dass diese Linie auf das erste Maximum der Messung mit Laser 3 fällt. Alle anderen Linien wurden relativ zu der ersten aus den Werten errechnet, die durch den FFT Algorithmus gewonnen wurden.

### 5.3 Vibrationsfähigkeit des Mikropositioniertisch

In Abschnitt 5.1 wurde in Punkt IV eine kritische Abweichung eingeführt, die die Regelung dazu veranlasst die Tischvibration für eine längere Zeit zu unterbrechen. Hier wird nun näher auf die Beobachtungen zu diesem Effekt eingegangen und es wird abgeschätzt, in welchem Frequenzbereich der Mikropositioniertisch über einen längeren Zeitraum mit einer bestimmten Vibrationsstärke betrieben werden kann.

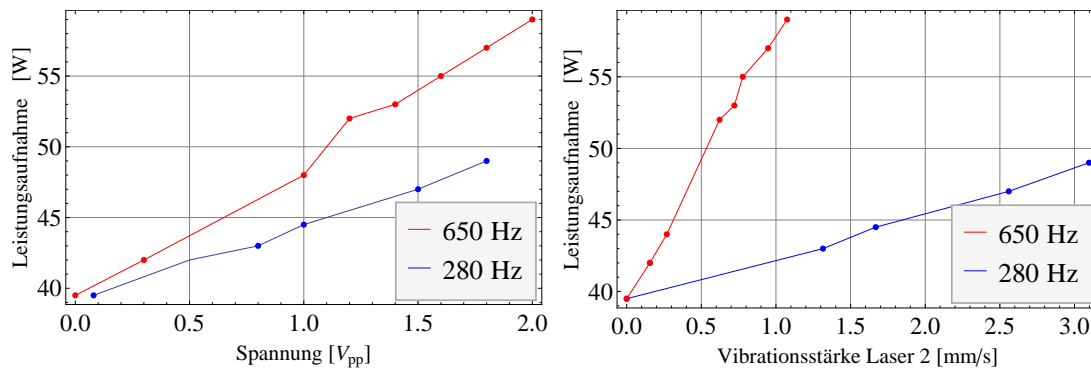


Abbildung 5.7: Leistungsaufnahme des Mikropositioniertisch in Abhängigkeit der am analogen Eingang angelegten Steuerspannung (links) und der daraus resultierenden Geschwindigkeitsamplitude (rechts), die mit Laser 2 gemessen wurde. In Rot ist die Messung bei einer Frequenz  $\nu = 650$  Hz und in Blau bei  $\nu = 280$  Hz dargestellt.

### Starke Verkipfung des Mikropositioniertisch

Während den Messungen wurde anfangs beobachtet, dass sich bei hohen Frequenz  $\nu > 600$  Hz und Vibrationsstärken  $v > 1$  mm/s nach einer kurzen Zeit von  $t > 400$  s der Mikropositioniertisch plötzlich sehr stark verkippt ( $d\phi_x > 400 \mu\text{rad}$ ,  $\theta_y$  äquivalent). Dieser Zustand hat sich wieder nach 200 s normalisiert, jedoch war der Tisch während dieser Zeit nicht ansteuerbar. Bei früheren Messungen mit ähnlichen Vibrationsparametern wurde dieses Verhalten allerdings nicht beobachtet. Der Unterschied zwischen beiden Messungen ist, dass die Neueren im Vakuum durchgeführt wurden und nicht in Luft. Da die Wärmeabfuhr im Vakuum sehr gering ist, kann ein Temperaturproblem Grund für dieses Fehlverhalten sein.

Um diese These abzuschätzen, wurde die Leistungsaufnahme der Steuereinheit des Tisches gemessen. Links in Abbildung 5.7 ist die Leistungsaufnahme gegen die angelegte Steuerspannung für zwei verschiedene Frequenzen gezeigt. Es ist zu sehen, dass die Leistung annähernd linear von 40 W bis 49 W bzw. 59 W ansteigt. Messpunkte, bei denen die Leistungsaufnahme größer als 59 W, wurden nicht aufgenommen, da hier der Tisch nicht über eine längere Zeit stabil funktionierte. Aus diesem Grund wird dieser Wert als obere Grenze festgesetzt. Da die Steigung der blauen Kurve ( $\nu = 280$  Hz) geringer ist als die der roten Kurve, kann davon ausgegangen werden, dass bei dieser Frequenz eine höhere Steuerspannung angelegt werden kann. Um das Spiegelsystem durch eine zu starke Vibration nicht während der Experimentierzeit zu dejustieren, wurden die Messungen mit  $\nu = 280$  Hz und einer Steuerspannung  $> 2$  V auf das Ende der Experimentierzeit verlegt.

Die rechte Seite von Abbildung 5.7 zeigt die Datenpunkte in Abhängigkeit der gemessenen Geschwindigkeitsamplitude. Es ist gut zu erkennen, dass bei  $\nu = 650$  Hz die Geschwindigkeit nicht über 1 mm/s gebracht werden kann, ohne die 59-W-Grenze zu überschreiten. Bei 280 Hz hingegen bleibt die Möglichkeit die Geschwindigkeit weiter zu steigern.

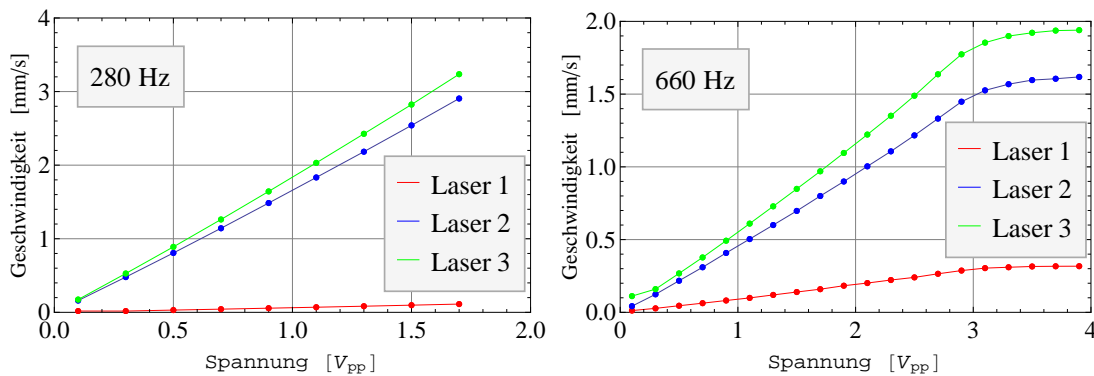


Abbildung 5.8: Die Geschwindigkeitsamplitude, die für die drei Laser gemessen wurde, ist hier in Abhängigkeit der angelegten Spannung dargestellt. Die Geschwindigkeit sättigt bei 660 Hz (rechts) ab  $3 V_{pp}$  im Gegensatz zur Vibration bei 280 Hz (links) ein.

## Vibrationsstärken

Unabhängig davon, wie lange der Mikropositioniertisch stabil funktioniert, wurde gemessen, mit welcher Stärke der Tisch in Abhängigkeit der eingestellten Frequenz vibrieren kann. Hierzu wurde über den analogen Eingang der Steuereinheit des Tisches und einem Funktionsgenerator die angelegte Spannung in kontinuierlichen Schritten erhöht.

Abbildung 5.8 zeigt für zwei Frequenzen (280 Hz links und 660 Hz rechts) die Messung mit dieser Methode. Die Position von Laser 2 wurde dabei auf  $(x, y) = (80 \text{ mm}, 2 \text{ mm})$  gestellt, Laser 1 ist auf den Referenzspiegel gerichtet und Laser 3 ist ortsfest. Da Laser 2 näherungsweise auf der Mitte des vibrierenden Spiegels positioniert ist, repräsentiert dieser am besten die Schwingung des gesamten Systems. Die Messung bei 280 Hz wurde bei ca. 3 mm/s abgebrochen. Der lineare Verlauf zeigt aber, dass hier noch höhere Geschwindigkeiten erreichbar sind, wie es oben durch die Messung der Leistungsaufnahme abgeschätzt wurde. Im Gegensatz dazu sättigt bei 660 Hz die Geschwindigkeit bei 1.6 mm/s ein. Bei dieser maximalen Geschwindigkeit ist es möglich, den Tisch aber nur für kurze Zeit im Vakuum zu betreiben.

Diese Messungen wurden über einen breiten Frequenzbereich von 160 Hz bis 1000 Hz durchgeführt. Unter 190 Hz wurden keine Messungen vorgenommen, da bei 120 Hz die Resonanzfrequenz des Tisches liegt. Bei Frequenzen nahe der Resonanz steigt die Geschwindigkeitsamplitude sehr stark mit der angelegten Spannung an. Oberhalb von 1000 Hz überschreitet die Beschleunigung schon bei relativ geringer Geschwindigkeit die Stärke der Erdbeschleunigung. Aus diesem Grund wurden oberhalb von 1000 Hz keine Messungen vorgenommen.

Da die Frequenzen, die benötigt werden um Übergänge zwischen den ersten Gravitationszuständen anzuregen, ebenfalls unter 1000 Hz liegen, ist es nicht notwendig das Verhalten bei Frequenzen  $> 1000 \text{ Hz}$  zu untersuchen. Im Bereich zwischen 160 Hz und 600 Hz konnte überall eine Mindestgeschwindigkeit von 2.0 mm/s erreicht werden. Von 600 Hz bis 800 Hz kann noch mit einer Geschwindigkeit von 1.6 mm/s und von 800 Hz bis 1000 Hz mit 0.9 mm/s vibriert werden.



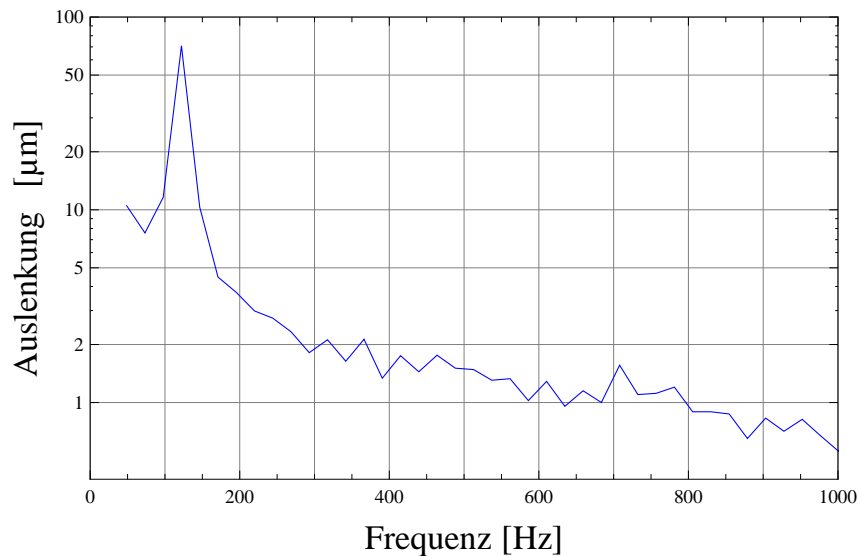


Abbildung 5.9: Bestimmung der Resonanzfrequenz des Mikropositioniertisches: Gezeigt ist die Tischauslenkung im relevanten Frequenzbereich zwischen 50 Hz und 1000 Hz. Das Maximum der Kurve liegt bei 122.07 Hz.

Abbildung 5.9 zeigt die Resonanzkurve des Mikropositioniertisches. In dieser ist gut zu erkennen, dass die Auslenkung des Tisches mit zunehmender Frequenz abnimmt. Peak in dem Spektrum wurde zu 122.07 Hz bestimmt. Bei dieser Messung wurden bei allen Frequenzen die vier Piezos des Tisches mit dergleichen Spannung in Schwingung versetzt. Die mit der Frequenz steigende Dämpfung erklärt, dass die Steigung der Kurven in Abbildung 5.8. so wird bei höherer Frequenz auch mehr Piezospannung benötigt, um die gleiche Geschwindigkeit wie bei niedrigen Frequenzen zu erzeugen.

### Stabilität der Vibration

Abbildung 5.10 zeigt die Vibrationsmessung, die mit Laser 2 während einer gesamten Messung durchgeführt wurde. Über den analogen Eingang der Steuereinheit wird der Mikropositioniertisch in eine Schwingung mit 280 Hz versetzt. Dabei wechselt die Geschwindigkeit zwischen einem oberen und unteren Niveau:

$$v_{oben} = (2.79 \pm 0.01) \frac{\text{mm}}{\text{s}},$$

$$v_{unten} = (18.1 \pm 3.9) \cdot 10^{-3} \frac{\text{mm}}{\text{s}}.$$

Das obere Niveau  $v_{oben}$  weist hier eine sehr geringe Schwankung auf.  $v_{unten}$  hingegen zeigt größere Abweichungen. Dies liegt daran, dass zu diesen Zeitpunkten dem Gravitationsexperiment keine Neutronen von der UCN-Turbine zugeteilt werden und dadurch für diesen Zeitraum das Steuerprogramm, das in Abschnitt 5.1 vorgestellt wurde, die Vibration des Tisches deaktiviert. In diesem Fall ist das Vibrationsspektrum nur durch den Untergrund bestimmt. Da allein das Maximum des Vibrationsspektrums den Messwert der Vibration bestimmt, schwankt die Geschwindigkeit auch mit dem Untergrund.

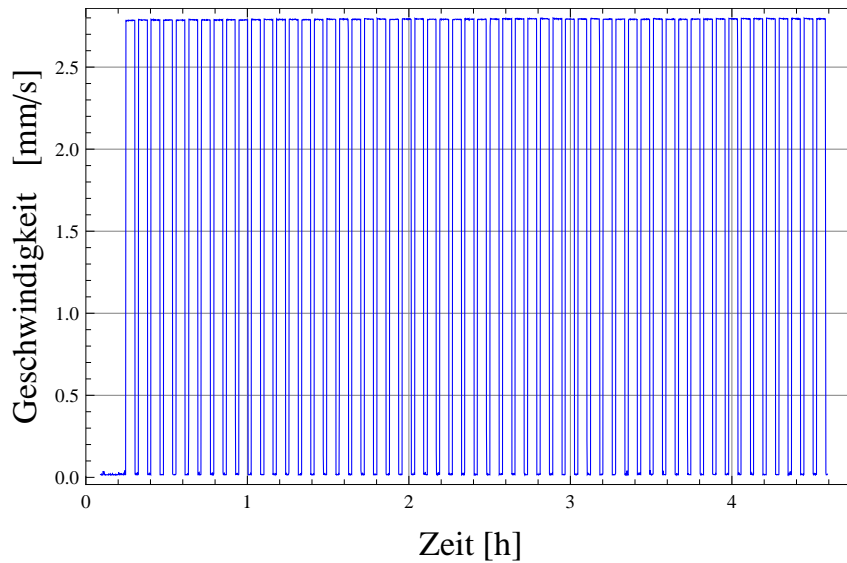


Abbildung 5.10: Langzeitstabilität der Vibrationsstärke: Über einen Zeitraum von mehr als 4 Stunden vibriert der Mikropositioniertisch bei 280 Hz konstant mit 2.79 mm/s. In regelmäßigen Abständen ordnet die UCN-Turbine anderen Experimenten die Neutronen zu und in diesen Zeiten wird auch die Vibration des Tisches deaktiviert.

Bei dieser Messung war die Periodendauer bei aktivierter Vibration  $t_{oben} = (208 \pm 3)$  s und im deaktivierten Zustand  $t_{unten} = (87 \pm 3)$  s.  $t_{oben}$  wird so gewählt, dass die Vibration länger aktiv ist, als Neutronen von der Turbine kommen. Dadurch wird sichergestellt, dass immer vibriert wird, wenn Neutronen den Experimentaufbau passieren. Die Messpunkte erfolgten hier in einem Abstand von 6.5 s. Aus  $t_{oben}$  und  $t_{unten}$  errechnet sich in diesem Beispiel ein Arbeitszyklus von

$$1 - \frac{t_{unten}}{t_{oben}} = 0.58 \pm 0.09 .$$

## 5.4 Ortsabhängige Vibrationsmessung

Dieser Abschnitt erweitert die Messungen aus Abschnitt 5.2 durch die Variation der Positionen auf dem vibrierenden Spiegel. Die Methoden zur Bestimmung der Vibration und der Phasendifferenz beruhen auf den Ergebnissen des FFT Algorithmus, wie er in Abschnitt 5.2 vorgestellt wurde. Die maximale Fläche, die abgetastet werden kann, ist bei dem in Abbildung 5.1 gezeigten System  $90 \times 100 \text{ mm}^2$ . Der Mittelpunkt dieser Fläche liegt bei (75 mm, 2 mm) und stimmt bis auf 2 mm mit der Mitte des Neutronenspiegels (75 mm, 0 mm) überein. Die Breite des Neutronenstrahls beträgt 90 mm. Dadurch ist es bei den gegebenen Parametern möglich, die für die Neutronen relevante ortsabhängige Vibration fast komplett auszumessen.

Abbildungen 5.11 bis 5.13 zeigen in steigender Ordnung die Spiegelvibration bei 280 Hz von schwacher bis zu sehr starker Vibration. Die linke Seite der Abbildungen

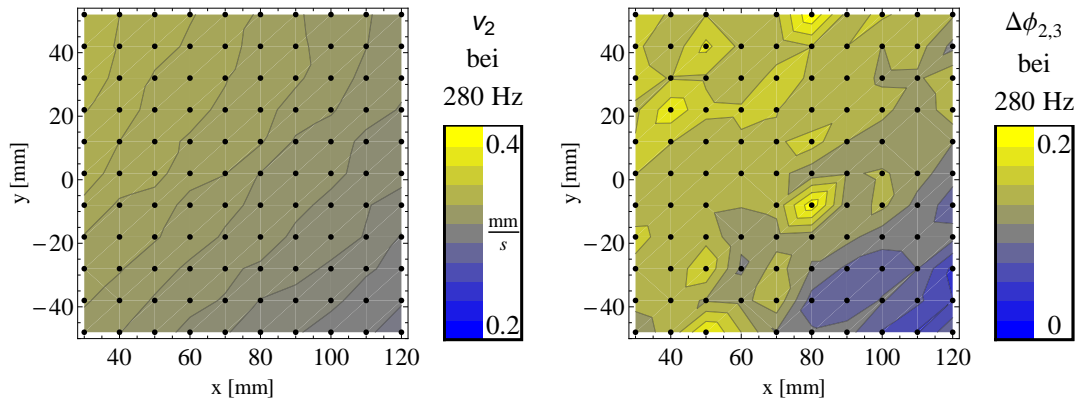


Abbildung 5.11: Spiegelvibration bei 280 Hz und geringer Amplitude: Links ist die Vibrationsstärke (Laser 2) und rechts die Phasendifferenz zwischen Laser 2 und Laser 3 dargestellt.

zeigt die Geschwindigkeit der Schwingung, die mit Laser 2 gemessen wurde. Auf der rechten Seite ist die Phasendifferenz abgebildet, die sich aus der Geschwindigkeit von Laser 2, Laser 3 und der Differenzgeschwindigkeit errechnet. Schwarze Punkte stellen die Positionen von Messpunkten dar. In einigen Abbildungen wurden Messpunkte entfernt, da bei diesen sich aufgrund von numerischen Artefakten verfälschte Ergebnisse ergeben oder die Vibration falsch bestimmt wurde. Die minimalen und maximalen Geschwindigkeiten bzw. Phasendifferenzen sind in Tabelle 5.2 aufgelistet.

Abbildung	$\nu$ [Hz]	$v_{min}$ [mm/s]	$v_{max}$ [mm/s]	$\Delta\phi_{min}$	$\Delta\phi_{max}$
5.11	280	0.29	0.34	0.04	0.20
5.12	280	2.55	3.00	0.03	0.04
5.13	280	4.37	5.26	0.01	0.03
5.14	377	1.80	2.49	0.16	0.88
5.15	650	0.90	1.21	0.00	0.08

Tabelle 5.2: Vibrationsstärken und Phasendifferenzen der Abbildungen 5.11 bis 5.15

Bei 280 Hz ist zu erkennen, dass die Geschwindigkeit von  $(x, y) = (30 \text{ mm}, 52 \text{ mm})$  bis  $(x, y) = (120 \text{ mm}, -48 \text{ mm})$  abnimmt. Die Form der Verteilung ist hier näherungsweise unabhängig von der Stärke der Vibration. Außerdem ist die Phasendifferenz auf einem sehr niedrigen Niveau und homogen verteilt. Lediglich die Messung, bei der schwach vibriert (Abbildung 5.11) wurde, sind Inhomogenitäten und höhere Phasen zu erkennen. Diese können aber dadurch erklärt werden, dass mit sinkenden Geschwindigkeiten numerische Artefakte bei der Berechnung der Phase immer mehr Fehlberechnungen verursachen.

In Abbildung 5.14 ist die Messung bei 377 Hz gezeigt. Hier wurde nur eine Fläche von  $90 \times 70 \text{ mm}^2$  vermessen. Es ist zu erkennen, dass mit steigender  $x$ -Position nicht nur die Geschwindigkeit steigt, sondern auch die Phasendifferenz. Dies lässt sich da-

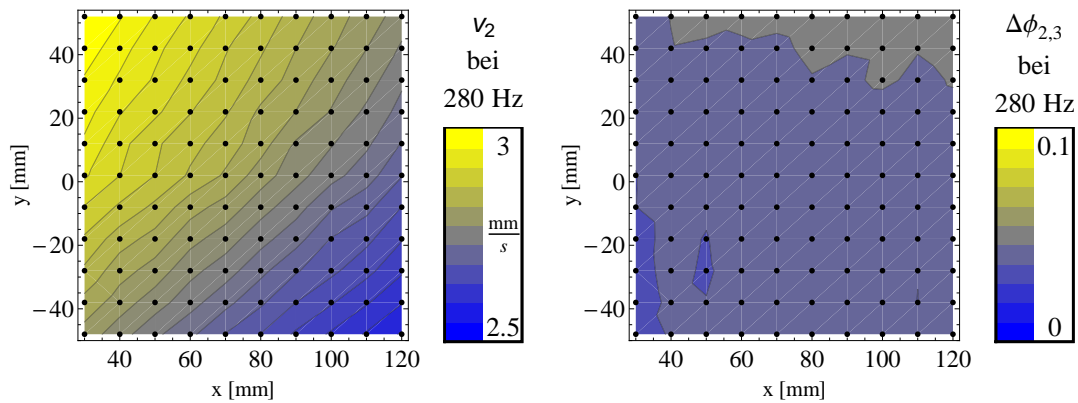


Abbildung 5.12: Spiegelvibration bei 280 Hz und großer Amplitude

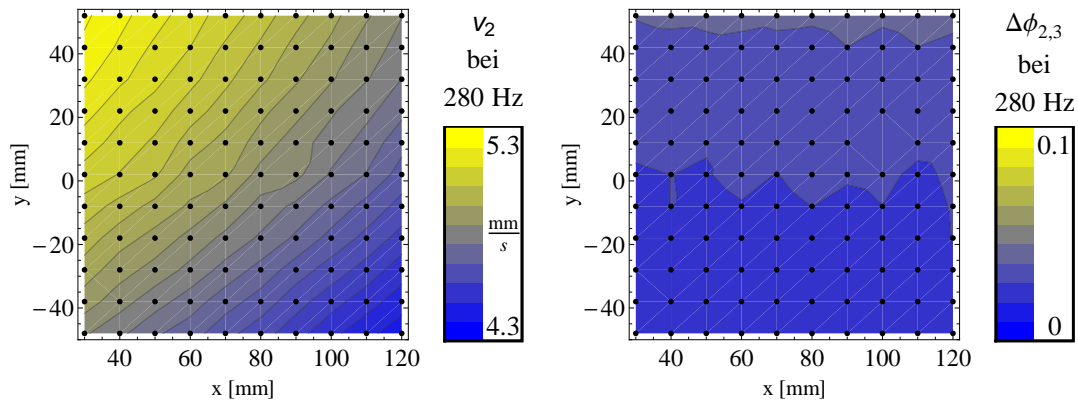


Abbildung 5.13: Spiegelvibration bei 280 Hz und sehr großer Amplitude

durch erklären, dass Mikropositioniertisch nicht nur die  $z$ -Achse in Vibration versetzt, sondern auch die  $\theta_y$ -Achse. In diesem Fall würde sich die Geschwindigkeit aus zwei Schwingungsmoden zusammensetzen. Die Phasendifferenz gibt dabei ein Maß vor, wie stark die jeweilige Mode vorhanden ist. Im Extremfall würde eine Schwingung, die nur von der Schwingung der  $\theta_y$ -Achse dominiert ist, eine Phasendifferenz von  $\pi$  zwischen  $x = 30 \text{ mm}$  und  $x = 120 \text{ mm}$  verursachen. Die Geschwindigkeit bei solch einer Schwingung sollte dann einen Nulldurchgang bei  $x = 75 \text{ mm}$  haben. Da dies in Abbildung 5.14 nicht zu sehen ist, kann davon ausgegangen werden, dass die Schwingung bei dieser Frequenz hauptsächlich durch die Schwingung der  $z$ -Achse bestimmt wird. Die  $\phi_x$ -Achse trägt hingegen nur einen kleinen Teil bei.

In Abbildung 5.15 ist die Messung bei 650 Hz zu sehen. Hier ist trotz einer größeren Asymmetrie der Geschwindigkeit nur eine sehr kleine Phasendifferenz zu erkennen. Daraus folgt, dass die vier Piezos, die zur Bewegung der  $z$ -Achse benötigt werden, sich unterschiedlich stark bei Anlegen einer Wechselspannung verhalten. Der daraus resultierende Hub ist dann an allen vier Piezos unterschiedlich und die örtliche Verteilung

der Vibrationsstärke skaliert mit der Asymmetrie mit.

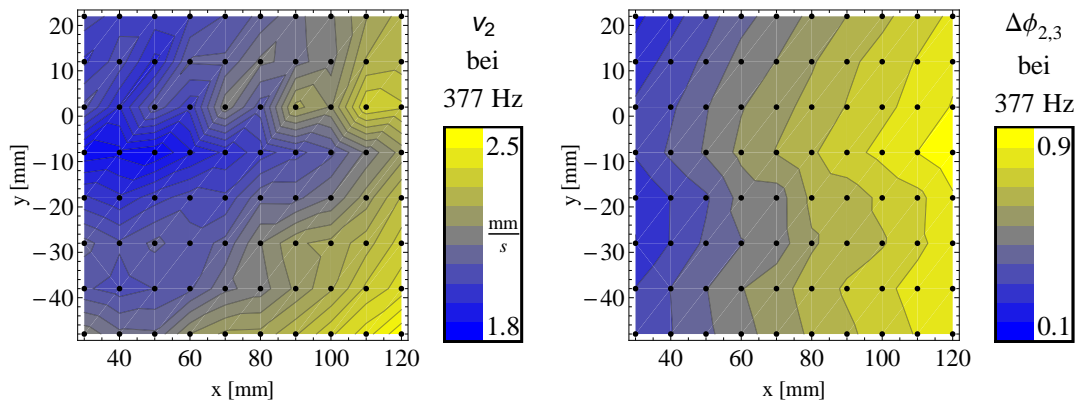


Abbildung 5.14: Spiegelvibration bei 377 Hz: Rechts ist zu sehen, dass die Phasendifferenz mit zunehmender  $x$ -Position ansteigt.

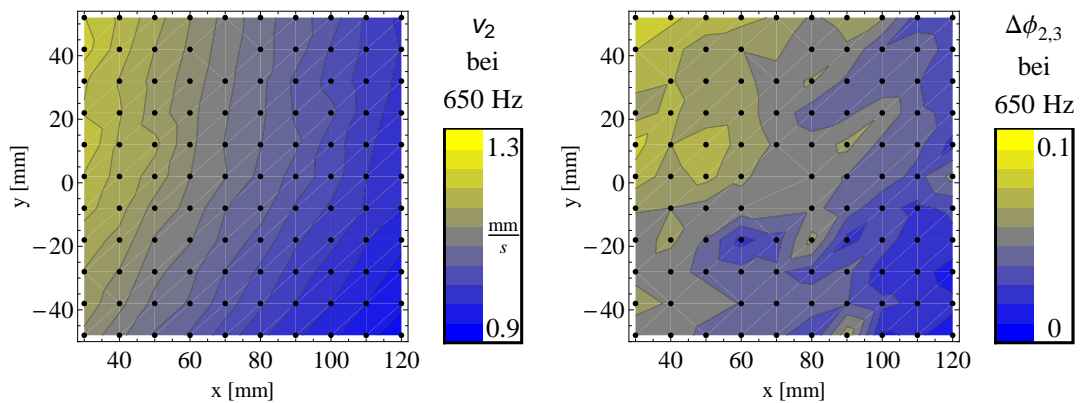


Abbildung 5.15: Spiegelvibration bei 650 Hz: Trotz der Asymmetrie der Vibrationsstärke (rechts) bleibt die Phasendifferenz näherungsweise bei null.



# Kapitel 6

## Schlussbemerkung

In der vorliegenden Arbeit wurde das Experiment qBounce vorgestellt, das sich das Ziel gesetzt hat, quantenmechanische Zustände von Neutronen im Schwerfeld der Erde zu untersuchen. Mit einem spektroskopischen Verfahren, das darauf beruht, die Energien der Gravitationszuständen durch mechanische Vibrationen zu anzuregen, werden die Zustände gemessen. Es wurde ein System entwickelt, um die systematischen Fehlerquellen zu bestimmen. Die erreichte Genauigkeit des Systems wurde in verschiedene Kategorien aufgeschlüsselt und gezeigt, dass die Positioniergenauigkeit der Lineareinheiten und die Temperatúrausdehnung des Systems sich am stärksten auswirken. In der zweiten Ausbaustufe wird durch den Einsatz neuer Positioniereinheiten ersteres deutlich verbessert werden.

Die Anordnung der optischen Elemente des Systems gewährleistet eine hohe Symmetrie der Strahlengänge der Laser zueinander. Dadurch konnte gezeigt werden, dass selbst bei nicht idealen Umgebungsbedingungen die Längenmessung mit dem Interferometer über mehrere Tage genauer als  $1\ \mu\text{m}$  ist.

Während der Experimentierzeit 3-14-283 am Instrument PF2 UCN des Institut Laue-Langevin in Grenoble (Frankreich) wurde das Abstands- und Vibrationsmesssystem erfolgreich in das Gravitationsexperiment integriert. Es wurde dazu verwendet, um die Vibrationen des Neutronenspiegels ständig zu überwachen. Zusätzlich wurde zu jeder Messung die Vibrationsstärke und die lokale Phasendifferenz des Spiegels kartographiert. Während der gesamten Messreihe, die über 35 Tage lief, konnte mit dem System die Messung überwacht werden, ohne dass eine Neujustage nötig war. Des Weiteren wurde eine Software für die Experimentierzeit entwickelt, die die Vibration und Position des Mikropositioniertisches kontrolliert und steuert. Dabei hat es sich herausgestellt, dass bei hohen Frequenzen und gleichzeitig hohen Geschwindigkeiten der Mikropositioniertisch überlastet wird. Als Grund für dieses Verhalten wird die Überhitzung des Tisches vermutet. Dies muss jedoch noch weiter untersucht werden und evtl. eine effektive Kühlung entwickelt werden, die im Vakuum einsetzbar ist.

Da die noch nicht veröffentlichten Daten, die im Laufe der Experimentierzeit gesammelt wurden, sehr viel versprechend aussehen, empfiehlt es sich, das Experiment weiter zu entwickeln. Vor allem die niedrige Zählrate im Bereich weniger Neutronen pro Minute begrenzt die Genauigkeit des Gravitationsexperimentes. Neuartige Quellen für ultrakalte Neutronen, deren mittlere Intensität wesentlich größer ist, haben das Potential, die Präzision des Experimentes weiter zu steigern. Um das Experiment von einem Spektroskopieverfahren, das auf I. Rabi's Methode beruht, auf eines zu erweitern, das dem

von N. Ramsey ähnelt, wird es nötig mehrere Neutronenspiegel zu positionieren. Das in dieser Arbeit vorgestellte System dient hierzu als erster Schritt diese Anforderung zu erfüllen. N. Ramsey's Methode angewandt auf die Gravitationsresonanzspektroskopie hat das Potential die Messgenauigkeit noch weiter zu erhöhen.



# Danksagung

Abschließend möchte ich mich bei allen Personen ganz herzlichst bedanken, die mich während der Zeit meiner Diplomarbeit unterstützt haben.

Besonderen Dank will ich meinen Betreuer Herrn Professor H. Abele ausdrücken. Er hat mich schon während meines Studiums in seine Arbeitsgruppe aufgenommen und über mehrere Jahre lang an sehr interessanten Projekten teilhaben lassen. Ich blicke deswegen gerne auf die gute Zusammenarbeit und eine exzellente Betreuung zurück.

Auch möchte ich Herrn Professor P. Fierlinger danken, der sich dazu bereit erklärt hat, als Zweitgutachter meine Diplomarbeit in Augenschein zu nehmen.

T. Jenke und G. Cronenberg möchte ich für die für die zahlreichen Tipps und Anregungen danken, die mir die tägliche Laborarbeit erleichtert haben. H. Saul sei für die gegenseitige Unterstützung während unserer Zeit als Diplomanden gedankt. Ich möchte mich bei euch hier für das angenehme Arbeitsklima und auch für die gemeinsame Freizeitgestaltung bedanken.

Der mechanischen Werkstatt des Atominstututs möchte ich für die sehr hochwertige Fertigung meiner Konstruktionen meinen Dank aussprechen. M. Horvath sei für viele hilfreiche Ratschläge bei der Anfertigung von technischen Zeichnungen gedankt.

Der Quantenoptikgruppe unter der Leitung von Herrn Professor J. Schmiedmayer gilt besonderer Dank, da sie mir zu Beginn meiner Tests mit der Leihgabe einiger optomechanischer Komponenten sehr ausgeholfen hat. An dieser Stelle möchte ich auch allen Mitarbeitern des Atominstututs danken, da sie immer ein offenes Ohr für technische und bürokratische Fragen hatten und mich immer mit Rat und Tat unterstützten.

Hanna danke ich für das Korrekturlesen meiner Diplomarbeit.

Meinen Eltern Konrad und Walburga und meinen beiden Schwestern Andrea und Kristina danke ich hier von ganzem Herzen. Ihr habt mir immer Rückhalt gegeben und mich tatkräftig bei der Korrektur meiner Diplomarbeit unterstützt.



# Anhang A

## Literaturverzeichnis

- [Abe10] H. ABELE, ET AL.: *Ramsey's method of separated oscillating fields and its application to gravitationally induced quantum phase shifts*, Physical Review D **81**, 065019 (2010)
- [Ark98] N. ARKANI-HAMED, S. DIMOPOULOS, G. DVALI: *The hierarchy problem and new dimensions at a millimeter*, Physics Letters B: **429**, 263 (1998)
- [Ark99] N. ARKANI-HAMED, S. DIMOPOULOS, G. DVALI: *Phenomenology, astrophysics, and cosmology of theories with submillimeter dimensions and TeV scale quantum gravity*, Physical Review D: **59**, 086004 (1999)
- [Bak06] C. A. BAKER, ET AL.: *Improved Experimental Limit on the Electric Dipole Moment of the Neutron*, Physical Review Letters **97**, 131801 (2006)
- [Bau88] J. BAUMANN ET AL.: *Experimental Limit For The Charge Of the Free Neutron*, Physical Review D **37**, 11, 3107 (1988)
- [Cal05] P. CALLIN ,C. P. BURGESS: *Deviations From Newton's Law in Supersymmetric Large Extra Dimensions*, arXiv:hep-ph/0511216v1 (2005)
- [Dem05] W. DEMTRÖDER: *Experimentalphysik 3 - Atome, Moleküle und Festkörper*, p. 46-58, p. 340-374, p. 407-427, Springer (2005)
- [Edl66] B. EDLEN: *The refractive index of air*, Metrologia **2**, p. 71-80 (1966)
- [Fei59] G. FEINBERG, M. GOLDHABER: *Microscopic Tests Of Symmetry Principles*, Proceedings of the National Academy of Science U.S.A. **45**, 1301 (1959)
- [Fel96] J. FELBER ET AL.: *Matter Waves at a vibrating surface*, Physical Review A **53**, 319 (1996)
- [Fie08] PROF. DR. P. FIERLINGER: *Vorlesungsfolien von Teilchenphysik mit Neutronen*, TU München Wintersemester 08/09
- [Gea99] J. GEA-BANACLOCHE: *A quantum bouncing ball*, American Journal of Physics: **67**, 9, 776 (1999)
- [Jen01] F. A. JENKINS, H. E. WHITE: *Fundamentals of Optics*, McGraw-Hill, p.18, (2001)

- [Jen08] T. JENKE: *Weiterentwicklung eines Experiments zur Realisierung eines Quantum Bouncing Balls und Suche nach Extradimensionen der Raumzeit*, Diplomarbeit, Universität Heidelberg, (2008)
- [Jen09] T. JENKE ET AL.: *Q-Bounce - Experiments with quantum bouncing ultracold neutrons*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A **611**, 318, (2009)
- [Kaj10] E. KAJARI: *Inertial and gravitational mass in quantum mechanics*, arXiv:1005:1988
- [Kel39] J. M. B. KELLOGG, ET AL.: *The Magnetic Moments of the Proton and the Deuteron*, Physical Review **56**, 728 (1939)
- [Kel40] J. M. B. KELLOGG, ET AL.: *An Electrical Quadrupole Moment of the Deuteron*, Physical Review **57**, 677 (1940)
- [Kir60] G. KIRCHHOFF, R. BUNSEN: *Chemische Analyse durch Spectralbeobachtungen*, Anallen der Physik und Chemie **110**, 161 (1960)
- [Nes02] V. NESVIZHEVSKY ET AL.: *Quantum states of neutrons in the Earth's gravitational Field*, Nature: **415**, 297 (2002)
- [pdg08] Particle Physics Booklet 2008
- [Rab39] I. I. RABI, ET AL.: *The Molecular Beam Resonance Method for Measuring Nuclear Magnetic Moments*, Physical Review **55**, 526 (1939)
- [Ram85] N. F. RAMSEY: *Molecular Beams*, p. 201, Oxford University Press (1985)
- [Ram90] N. F. RAMSEY: *Experiments with separated oscillatory fields and hydrogen masers*, Reviews Of Modern Physics **62**, 541 (1990)
- [Ros02] H. C. ROSU: *Gravitaional Bouncing of a quantum Ball: Room for Airy's Function Bi*, Physica Scripta **65**, 296 (2002)
- [Sal07] B. E. A. SALEH, M. C. TEICH: *Fundamentals of Photonics*, p. 80-89, John Wiley & Son (2007)
- [Skr08] P. SKRABAL: *Spektroskopie: Eine Methodenübergreifende Darstellung vom UV- bis zum NMR-Bereich*, p. 31-94, UTB (2008)
- [Sta09] D. STADLER: *Dynamik ultrakalter Neutronen im Gravitationsfeld der Erde*, Diplomarbeit, Universität Heidelberg, 2009
- [Van05] L. M. K. VANDERSYPEN, I. L. CHUANG: *NMR techniques for quantum control and computation*, Reviews Of Modern Physics, **76**, 1037 (2005)
- [Wes07a] A. WESTPHAL, H. ABELE, S. BAESSLER: *A quantum mechanical description of the experiment on the observation of gravitationally bound states*, European Physical Journal C: **51**, 367 (2007)

---

[Wes07b] A. WESTPHAL, H. ABELE, S. BAESSLER: *Analytically derived limits on short-range fifth forces from quantum states of neutrons in the Earth's gravitational field*, arXiv:hep-ph/0703108v2 (2007)

## Erklärung

des Diplomanden

Name:

Vorname:

Mit der Abgabe der Diplomarbeit versichere ich, dass ich die Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

.....  
(Ort, Datum)

.....  
(Unterschrift)