

Kurzfassung: Properties and Discretization of the Twelve Surfaces of Darboux

Darja-Maria Zierau-11937917

May 16, 2025

Kurzfassung

Die vorliegende Thesis befasst sich mit dem differentialgeometrischen Problem der in erster Näherung längentreuen Verbiegungen von Immersionen. Solche Deformationen werden als infinitesimal isometrische Deformationen bezeichnet. Darboux fasste eine Immersion und eine ihrer infinitesimal isometrischen Deformationen als Tupel auf und konstruierte basierend darauf ein neues Tupel dieser Form. Nach sechs Iterationsschritten landet man wieder beim ursprünglichen Tupel, was uns somit einen geschlossenen Darbouxkranz bestehend aus 12 Immersionen liefert. Diese Immersionen haben faszinierende geometrische und algebraische Eigenschaften zueinander, deren herausragende Besonderheit sich als differentielle Trialität endgültig entfaltet. Wir werden all dies zusammenfassen und von einem neuen modernen Standpunkt aus betrachten. Die Theorie wird mit dem diskreten Pendant differentieller Trialität vervollständigt. Ziel ist es, infinitesimale Verbiegungen im glatten und diskreten Fall besser zu verstehen und eine wichtige Grundlage für Verallgemeinerungen zu schaffen.

Abstract

The present thesis deals with the differential geometric problem of deformations of immersions preserving length in first order. Such deformations are called infinitesimal isometric deformations. Darboux summarized an immersion and one of its infinitesimal isometric deformations as a tuple and constructed a new pair of immersion and its infinitesimal isometric deformation out of this tuple. After six iteration steps, we end up back at the initial tuple, which gives us a closed Darboux wreath consisting of 12 immersions.

These immersions have fascinating geometric and algebraic properties in relation to each other, whose mesmerizing feature finally unfolds as differential triality. We will summarize all this and look at it from a new modern point of view. The theory will be complemented by its discrete counterpart, the discrete differential triality. The aim is to better understand infinitesimal isometric deformations in the smooth and discrete cases and to provide an important basis for generalizations.