Abstract

The real-time dynamics of quantum fields are essential for understanding phenomena across a wide range of energy scales, from cold quantum gases to the quark-gluon plasma produced in heavy-ion collisions. However, first-principles access to real-time observables remains a major challenge in quantum field theory because of the sign problem, which obstructs standard lattice Monte Carlo methods in Minkowski time. Existing approaches either involve uncontrolled approximations, require external analytic input, or suffer from limited scalability and reliability.

This work advances and studies the complex Langevin method as a non-perturbative and first-principles framework to address the real-time sign problem. The method reformulates the quantum path integral as a stochastic process in complexified field space, which enables the direct computation of real-time observables without analytic continuation. A central focus is the application to non-Abelian $SU(2)$ Yang–Mills theory in 1+3 dimensions, formulated on the Schwinger–Keldysh contour.

The thesis introduces field-independent and field-dependent kernel formulations that stabilize complex Langevin dynamics and enable the first ab-initio computation of unequal-time correlation functions in an interacting non-Abelian gauge theory. These correlators include both spectral and statistical components and are shown to satisfy equilibrium relations such as the Kubo–Martin–Schwinger condition and time-translation invariance.

Additional contributions include a scale-setting strategy for anisotropic lattices, the construction of thimble-informed weight regularizations to improve convergence, and a Dyson–Schwinger-equation-based correction scheme that removes systematic bias from regularized simulations. These advances improve the theoretical foundations and practical applicability of the complex Langevin method for real-time quantum field theory and potentially open new avenues toward controlled simulations of (non-)equilibrium dynamics in gauge theories.

Zusammenfassung

Die Realzeit-Dynamik von Quantenfeldern ist essenziell für das Verständnis von Phänomenen über einen weiten Bereich von Energieskalen, von kalten Quanten-Gasen bis zum Quark-Gluon-Plasma, das in Schwerionenkollisionen erzeugt wird. Der Zugang zu Realzeit-Observablen aus ersten Prinzipien bleibt jedoch eine große Herausforderung in der Quantenfeldtheorie aufgrund des Vorzeichenproblems, das die Anwendbarkeit von etablierte Monte-Carlo Gitter-Methoden in der Minkowski-Zeit einschränkt. Bestehende alternative Methoden verwenden entweder unkontrollierte Näherungen, benötigen externe analytische Annahmen oder leiden unter begrenzter Skalierbarkeit und Zuverlässigkeit.

Diese Arbeit erweitert und studiert die komplexe Langevin-Methode als nicht-perturbativen Ansatz aus ersten Prinzipien zur Bewältigung des Vorzeichenproblems für Realzeit Berechnungen. Die Methode formuliert das Quantenpfadintegral als stochastischen Prozess im komplexifizierten Feldkonfigurationsraum, was die direkte Berechnung von Echtzeit-Observablen ohne analytische Fortsetzung von numerischen Daten ermöglicht. Ein zentraler Fokus liegt auf der Anwendung auf die nicht-abelsche $SU(2)$ Yang-Mills-Theorie in 1+3 Dimensionen, formuliert auf dem Schwinger-Keldysh-Kontur.

Die Dissertation stellt feld-unabhängige und feld-abhängige Kerneltransformation vor, die die komplexe Langevin-Dynamik stabilisieren und die erste Ab-initio-Berechnung von Korrelationsfunktionen in physikalischen Zeiten in einer wechselwirkenden nicht-abelschen Eichtheorie ermöglichen. Diese Korrelatoren umfassen sowohl spektrale als auch statistische Korrelationsfunktionen und erfüllen nachweislich Gleichgewichtsbeziehungen wie die Kubo-Martin-Schwinger Bedingung und die Zeitverschiebungsinvarianz.

Weitere Beiträge umfassen eine Strategie zur Skalenbestimmung für stark-anisotrope Gittersimulationen, die Konstruktion von Lefschetz-thimble-motiverter Regularisierungen der Gewichtsfunktion des Pfadintegrals zur Verbesserung der Konvergenz und ein auf Dyson-Schwinger-Gleichungen-basierendes Korrekturschema, das systematische Verzerrungen aus regularisierten Simulationen entfernt. Diese Fortschritte verbessern die theoretischen Grundlagen und die praktische Anwendbarkeit der komplexen Langevin-Methoden und eröffnet potentiell neue Möglichkeiten für die Berechnung von (nicht-)gleichgewichts Dynamik von Eichtheorien.